

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

MATHEUS FIALHO AMARAL

**ANÁLISE PARAMÉTRICA DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO  
ARMADO COM ABERTURAS PRÓXIMAS A PILARES INTERNOS**

PROJETO DE CONCLUSÃO DE CURSO I

Niterói  
2022

MATHEUS FIALHO AMARAL

**ANÁLISE PARAMÉTRICA DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO  
ARMADO COM ABERTURAS PRÓXIMAS A PILARES INTERNOS**

PROJETO DE CONCLUSÃO DE CURSO I

Projeto de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para conclusão do curso.

Orientadora:  
Prof<sup>ª</sup>. Claudia Maria de Oliveira Campos, D. Sc.

Niterói  
2022

Ficha catalográfica automática - SDC/BEE  
Gerada com informações fornecidas pelo autor

A485a Amaral, Matheus Fialho  
Análise paramétrica da punção em lajes lisas de concreto armado com aberturas próximas a pilares internos / Matheus Fialho Amaral ; Claudia Maria de Oliveira Campos, orientadora. Niterói, 2022.  
72 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil)-Universidade Federal Fluminense, Escola de Engenharia, Niterói, 2022.

1. Engenharia civil. 2. Estruturas. 3. Concreto armado. 4. Produção intelectual. I. Campos, Claudia Maria de Oliveira, orientadora. II. Universidade Federal Fluminense. Escola de Engenharia. III. Título.

CDD -

MATHEUS FIALHO AMARAL

**ANÁLISE PARAMÉTRICA DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO  
ARMADO COM ABERTURAS PRÓXIMAS A PILARES INTERNOS**

Projeto de Conclusão de Curso apresentado  
ao curso de Graduação em Engenharia  
Civil da Universidade Federal Fluminense,  
como requisito parcial para conclusão do  
curso.

Aprovada em 09 de fevereiro de 2022.

**BANCA EXAMINADORA**

---

**Prof<sup>ª</sup>. Claudia Maria de Oliveira Campos, D. Sc. (Orientadora) - UFF**

---

**Prof. Luiz Antonio Vieira Carneiro, D. Sc. - UFF**

---

**Prof. Osvaldo Luiz de Carvalho Souza, D. Sc. - UFF**

Niterói  
2022

Este trabalho é dedicado a todos aqueles que me incentivaram e o tornaram possível de ser realizado.

## AGRADECIMENTOS

À minha família, em especial à minha mãe Rosana, por todo o suporte dado durante toda a minha vida, sem o qual seria impossível chegar até esta etapa.

À minha companheira e melhor amiga Letícia, por sempre estar ao meu lado nas situações mais difíceis, me dar suporte emocional, sempre estar disponível para ajudar e por todos os momentos inesquecíveis que dividi com você.

À minha orientadora Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Claudia Maria de Oliveira Campos, por prestar todo o auxílio necessário para a elaboração do trabalho, além das muitas ideias, e por estar sempre disponível para me ensinar e orientar através de todos os desafios que surgiram durante este período.

A todos os meus amigos, por todo o companheirismo nesse momento tão importante na minha vida e por sempre estarem disponíveis para ajudar, sem vocês meu percurso nesta faculdade teria sido mais difícil. Um agradecimento especial para: Bernardo Afonso, Matheus Clarkson e Rodrigo Neves.

Aos meus professores, por todos os ensinamentos e conhecimentos compartilhados que foram essenciais tanto para a confecção deste estudo quanto para minha formação pessoal e acadêmica.

À Universidade Federal Fluminense, pelas oportunidades, estrutura proporcionada e apoio que sempre recebi de todo o corpo docente, administração, coordenação e demais funcionários.

À Adler Projetos Estruturais, pelos conhecimentos passados a mim por meio de seus funcionários e pelo fornecimento de seu acervo de projetos estruturais, sem os quais este trabalho não seria possível.

À TQS, pela disponibilização da licença estudantil utilizada para realizar as modelagens computacionais deste projeto.

Por fim, à todas as pessoas que me ajudaram de maneira direta ou indireta para que esse trabalho fosse possível.

## RESUMO

As lajes lisas de concreto armado são elementos estruturais amplamente utilizados em edificações ao redor de todo o mundo. Entretanto, estas podem apresentar a falha por punção, que se trata de uma ruptura do tipo frágil, e que ocorre em frequências alarmantes. Um fator muito relevante para a análise da punção em lajes lisas e que frequentemente não recebe a atenção necessária é a presença de aberturas adjacentes às regiões de ligação entre laje e pilar. Neste trabalho, realizou-se um estudo analítico sobre o comportamento do fenômeno de punção em lajes lisas de concreto armado a partir da variação de diversos parâmetros estruturais em situações que envolvam a existência de aberturas na laje nas proximidades de pilares internos de edificações. Utilizando uma planilha desenvolvida para este projeto, foi possível realizar um estudo analítico que descreveu o comportamento do fenômeno de punção para a situação de pilares internos próximos a aberturas na laje a partir da variação dos seguintes parâmetros: posição da abertura na laje em relação ao pilar, espessura da laje e resistência à compressão do concreto. Um dos principais resultados encontrados foi que, com o afastamento da abertura em relação ao pilar, há um menor acréscimo de armadura quando comparada as situações com abertura na laje e sem abertura na laje, este acréscimo de armadura decresce de forma aproximadamente linear com o afastamento da abertura.

**Palavras-chave:** Punção. Lajes Lisas. Concreto Armado.

## **ABSTRACT**

Flat slabs of reinforced concrete are structural elements widely used in buildings around the world. However, they may present punching failure, which is a fragile type of rupture, that occurs at alarming frequencies. A very relevant factor for punching analysis in flat slabs, which often does not receive the necessary attention, is the presence of openings adjacent to the connection regions between slab and column. In this work, an analytical study was carried out on the behavior of the punching phenomenon in flat reinforced concrete slabs from the variation of several structural parameters in situations involving the existence of openings in the slab in the vicinity of internal columns of buildings. Using a worksheet developed for this project, it was possible to carry out an analytical study that described the behavior of the punching phenomenon for the situation of internal columns close to openings in the slab from the variation of the following parameters: position of the opening in the slab in relation to the column, slab thickness and compressive strength of concrete. One of the main results found was that, with the distance of the opening in relation to the column, there is a smaller increase in reinforcement when compared to situations with opening in the slab and without opening in the slab, this increase in reinforcement decreases approximately linearly with the distance of the opening.

**Keywords:** Punching Shear. Flat Slabs. Reinforced Concrete.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 –	Representação esquemática do fenômeno da falha por punção em lajes lisas de concreto armado .....	14
Figura 2 –	Colapso de garagem subterrânea devido à punção em Santander, Espanha ..	15
Figura 3 –	Corte esquemático de laje cogumelo e laje lisa .....	18
Figura 4 –	Representação esquemática de superfície crítica para diferentes formatos de pilar.....	20
Figura 5 –	Padrões de fissuração da ligação laje-pilar interno sob carregamento concêntrico .....	20
Figura 6 –	Linhas de momentos principais de uma laje cogumelo sob carregamento simétrico .....	21
Figura 7 –	Corte esquemático da superfície de ruptura para o caso de pilares internos com carregamento simétrico .....	21
Figura 8 –	Representação esquemática da superfície de ruptura para pilares de borda ...	22
Figura 9 –	Representação esquemática da superfície de ruptura para pilares de canto ...	22
Figura 10 –	Representação esquemática da concentração de tensões nos cantos e no menor lado de pilares alongados .....	24
Figura 11 –	Representação esquemática do posicionamento dos estribos e de sua ancoragem .....	26
Figura 12 –	Conectores do tipo pino industrializados .....	27
Figura 13 –	Exemplo de laje lisa com aberturas adjacentes ao pilar .....	28
Figura 14 –	Diminuição do perímetro crítico quando existe abertura na laje próxima ao pilar .....	29
Figura 15 –	Fase pós-puncionamento sem (à esquerda) e com armadura (à direita) contra colapso progressivo .....	29
Figura 16 –	Representação esquemática de uma superfície de controle de pilar interno situada a uma distância de duas vezes a altura útil da laje .....	30
Figura 17 –	Perímetro crítico em pilares internos .....	33
Figura 18 –	Perímetro crítico em pilares de borda .....	36
Figura 19 –	Perímetro crítico em pilares de canto .....	37
Figura 20 –	Perímetro crítico em pilares que apresentam contorno com reentrância .....	38
Figura 21 –	Disposição da armadura de punção em planta e contorno da superfície crítica C” .....	41
Figura 22 –	Disposição da armadura de punção em corte .....	42
Figura 23 –	Procedimento de cálculo aproximado do módulo de resistência plástica .....	43
Figura 24 –	Modelagem em AutoCAD para obtenção do módulo de resistência plástica .....	44
Figura 25 –	Corte esquemático do modelo .....	46
Figura 26 –	Planta baixa do segundo pavimento .....	47
Figura 27 –	Detalhe da abertura próxima ao pilar P7 (cotas em centímetros) .....	47
Figura 28 –	Planilha para o cálculo .....	49
Figura 29 –	Gráfico $R$ vs $\tau_{sd}$ ’ abertura/ $\tau_{sd}$ ’ sem abertura .....	54
Figura 30 –	Gráfico $R$ vs $(A_{sw}/s_r$ abertura)/( $A_{sw}/s_r$ sem abertura) .....	55
Figura 31 –	Gráfico $R$ vs $\tau_{sd}$ ” abertura/ $\tau_{sd}$ ” sem abertura .....	56
Figura 32 –	Gráfico $R$ vs $(A_{sw}/s_r$ abertura)/( $A_{sw}/s_r$ sem abertura) da Análise Numérica ...	58

Figura 33 – Gráfico Espessura da laje vs $(A_{sw}/s_r \text{ abertura})/(A_{sw}/s_r \text{ sem abertura})$ da Análise Numérica .....	60
Figura 34 – Gráfico Resistência à Compressão do Concreto vs $(A_{sw}/s_r \text{ abertura})/(A_{sw}/s_r \text{ sem abertura})$ da Análise Numérica .....	61
Quadro 1 – Valores de $K$ .....	34
Tabela 1 – Relação de parâmetros analisados e seus valores .....	48
Tabela 2 – Análise paramétrica do estudo preliminar para carga vertical de 350 kN .....	53

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
IBRACON	Instituto Brasileiro do Concreto
NBR	Norma Brasileira

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
1.1	<b>Considerações Iniciais .....</b>	13
1.2	<b>Situação Problema .....</b>	14
1.3	<b>Objetivos da Pesquisa .....</b>	15
1.3.1	Objetivo Geral .....	15
1.3.2	Objetivos Específicos .....	16
1.4	<b>Organização da Pesquisa .....</b>	16
<b>2.</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>18</b>
2.1	<b>Punção .....</b>	19
2.2	<b>Mecanismos de Ruptura .....</b>	20
2.3	<b>Fatores que Influenciam a Resistência à Punção .....</b>	23
2.3.1	Espessura da Laje .....	23
2.3.2	Resistência do Concreto .....	24
2.3.3	Geometria, Dimensões e Posição do Pilar .....	24
2.3.4	Taxa de Armadura de Flexão .....	25
2.3.5	Uso de Armadura Transversal .....	25
2.3.6	Efeito Escala .....	27
2.3.7	Aberturas em Lajes .....	28
2.3.8	Colapso Progressivo .....	29
2.4	<b>Modelos de Cálculo .....</b>	30
2.4.1	Método das Superfícies de Controle .....	30
2.4.2	Modelos Mecânicos .....	31
2.4.3	Método das Bielas e Tirantes .....	32
2.5	<b>Crítérios para a Verificação da Punção Segundo a Norma ABNT NBR 6118 (2014) .....</b>	32
2.5.1	Tensões Solicitantes nas Superfícies Críticas C e C' .....	32
2.5.1.1	Pilar Interno com Carregamento Simétrico .....	32
2.5.1.2	Pilar Interno com Efeito de Momento .....	33
2.5.1.3	Pilar de Borda .....	35
2.5.1.4	Pilar de Canto .....	37
2.5.2	Casos Especiais de Definição de Superfície de Contorno Crítico .....	37
2.5.3	Tensões Resistentes nas Superfícies Críticas .....	38
2.5.3.1	Tensão Resistente de Compressão Diagonal do Concreto na Superfície C ....	38
2.5.3.2	Tensão Resistente na Superfície Crítica C' .....	39
2.5.3.3	Superfície Crítica C'' .....	41
2.5.4	Armadura de Punção Obrigatória .....	42
<b>3.</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>43</b>
3.1	Estudo Preliminar .....	43
3.2	Análise Numérica .....	45

<b>4.</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>49</b>
4.1	Estudo Preliminar .....	49
4.2	Análise Numérica .....	57
4.2.1	Análise da Posição da Abertura .....	57
4.2.2	Análise da Espessura da Laje .....	59
4.2.3	Análise da Resistência do Concreto à Compressão .....	61
<b>5.</b>	<b>CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÃO PARA FUTURAS PESQUISAS. ....</b>	<b>63</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>65</b>
	<b>APÊNDICE A – TABELAS DO ESTUDO PRELIMINAR .....</b>	<b>68</b>
	<b>APÊNDICE B – TABELAS DA ANÁLISE NUMÉRICA .....</b>	<b>69</b>
	<b>APÊNDICE C – TABELAS DE SOLICITAÇÕES DA ANÁLISE NUMÉRICA EXTRAÍDAS DO TQS.....</b>	<b>72</b>

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 Considerações Iniciais

As lajes são elementos estruturais bidimensionais que têm como principal função, em estruturas de concreto armado, ser solicitada perpendicularmente por carregamentos. Estas são consideradas elementos bidimensionais planos, pois sua espessura é consideravelmente inferior às demais dimensões (ARAÚJO, 2010).

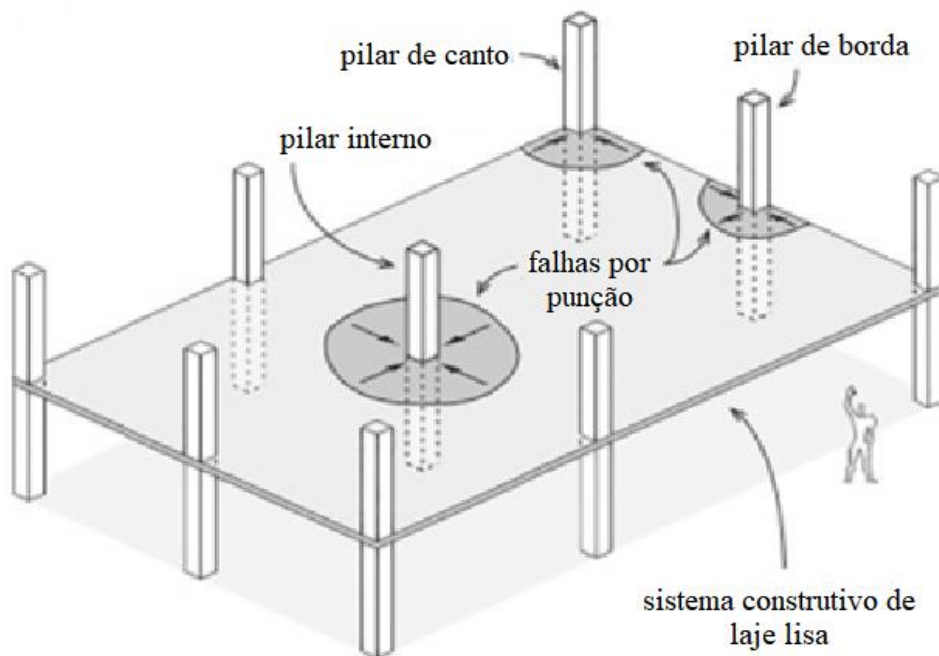
A concepção estrutural de edificações frequentemente compromete a integridade de lajes lisas. A denominação de laje lisa é dada às lajes que estão diretamente apoiadas em pilares, ao contrário do sistema usual de lajes apoiadas em vigas. Uma vantagem desse sistema de laje é a facilidade construtiva quando comparada com o sistema usual utilizando vigas ou ainda com as lajes cogumelos, que apresentam capitéis, regiões de espessamento da laje na ligação com o pilar. Outra vantagem apresentada por lajes lisas é a flexibilidade que é gerada na disposição de cômodos, que são delimitados apenas por paredes não estruturais. Porém, a desvantagem deste tipo de laje é a ocorrência de elevados momentos fletores negativos localizados e forças de cisalhamento ao redor dos pilares, o que aumenta a sensibilidade da laje para uma falha por punção (KOPPITZ; KENEL; KELLER, 2013).

Para lajes de concreto armado, submetidas a carregamentos concentrados, o modo de ruptura pode ser dividido em dois tipos. O primeiro é a falha por punção, que ocorre repentinamente com pequenas deformações. O segundo é a falha por flexão, que ocorre quando a armadura longitudinal não é suficiente para resistir às solicitações e a falha ocorre com deformações consideráveis. O primeiro tipo é o mais indesejável e deve ser cuidado com atenção (YOUM; KIM; MOON, 2014).

A ruptura por punção em lajes de concreto armado ocorre quando é formada uma superfície tronco-piramidal que perfura a laje acima de um pilar, cujo fenômeno é descrito em detalhes na seção 2.2. Como este mecanismo de ruptura é frágil, ou seja, ocorre sem que haja qualquer sinal de alerta e com uma alta redução da capacidade de resistir ao carregamento, vários métodos construtivos foram desenvolvidos para evitar este tipo de falha, uma vez que é um fenômeno que desperta preocupação aos engenheiros responsáveis pelo dimensionamento estrutural. Estes métodos construtivos consistem principalmente no uso de armadura transversal na laje na região próxima à ligação com o pilar e são discutidos na seção 2.3.5 (MENÉTREY, 2002).

As falhas por punção são as mais comuns em lajes lisas. Estas falhas estão normalmente associadas a pequenas deformações e à formação de abertura de fissuras antes da ruptura da estrutura. Esta ruptura em lajes lisas é observada na presença de cargas concentradas, que são introduzidas pelos pilares e a falha ocorre na região de ligação laje-pilar (LIBERATI *et al.*, 2019).

**Figura 1 – Representação esquemática do fenômeno da falha por punção em lajes lisas de concreto armado**



Fonte: LIBERATI *et al.*, 2019 (adaptado).

## 1.2 Situação Problema

As lajes lisas de concreto armado são elementos estruturais amplamente utilizados em edificações ao redor de todo o mundo. Entretanto, elas podem apresentar a falha por punção, que se trata de uma ruptura do tipo frágil, e que ocorre em frequências alarmantes (FERNÁNDEZ; MARÍ; OLLER, 2020), cujo tipo de falha e seu poder destrutivo estão exemplificados na figura 2.

**Figura 2 – Colapso de garagem subterrânea devido à punção em Santander, Espanha**



**Fonte: FERNÁNDEZ; MARÍ; OLLER, 2020.**

Infelizmente, apesar de ser a mais indesejada, a ruptura ocasionada por punção é a que ocorre mais tipicamente em lajes lisas no estado limite último (BOCKLENBERG; MARK, 2020). Por isto, o estudo do mecanismo de punção neste tipo de laje pode ser considerado uma prioridade.

Um fator muito relevante para a análise da punção em lajes lisas e que frequentemente não recebe a atenção necessária é a presença de aberturas adjacentes às regiões de ligação entre laje e pilar. Estas aberturas, que normalmente são requeridas para a passagem vertical de dutos, podem reduzir substancialmente a resistência à punção de lajes lisas ao diminuir o volume de concreto responsável por suportar as solicitações (HA *et al.*, 2015).

Pelas razões supracitadas, faz-se necessário um estudo avaliando os principais mecanismos que afetam a resistência de lajes lisas à punção.

### **1.3 Objetivos da Pesquisa**

#### **1.3.1 Objetivo Geral**

Realizar um estudo analítico sobre o comportamento do fenômeno de punção em lajes lisas de concreto armado a partir da variação de diferentes parâmetros estruturais em situações



que envolvam a existência de aberturas na laje nas proximidades de pilares internos de edificações.

### **1.3.2 Objetivos Específicos**

- Realizar uma pesquisa em projetos estruturais consolidados de edificações compostas por lajes lisas de concreto armado e verificar aberturas usuais nas lajes para realizar o estudo;
- Desenvolver uma modelagem computacional de uma edificação para a obtenção de dados numéricos relativos ao fenômeno da punção;
- Analisar a influência da variação de diversos parâmetros estruturais que influenciam a punção por meio da construção de gráficos e tabelas.

### **1.4 Organização da Pesquisa**

Este projeto está dividido em cinco capítulos com o intuito de organizar o estudo e facilitar o entendimento. O conteúdo abordado neste trabalho está dividido da forma descrita a seguir.

No capítulo 1, encontra-se uma abordagem introdutória sobre o tema principal, apresentando considerações iniciais acerca de lajes lisas e sobre o mecanismo de punção. É também neste capítulo que se encontram a situação problema, os objetivos gerais e específicos da pesquisa, bem como sua organização.

No capítulo 2, é realizada uma revisão de literatura, apresentando os referenciais teóricos no qual este projeto está baseado. Aqui estão explicitadas as prescrições normativas e formulações que serão posteriormente utilizadas para a justificativa e desenvolvimento deste projeto.

No capítulo 3, é explicitada a metodologia utilizada para a obtenção dos resultados. Apresentam-se o desenvolvimento de planilhas de cálculo, assim como a modelagem computacional da edificação alvo do estudo e também são apresentadas as justificativas para o dimensionamento.

No capítulo 4, são apresentados os resultados e suas análises. Aqui são utilizados a maior parte dos conceitos apresentados no capítulo 2 e também são apresentados gráficos e tabelas para a melhor compreensão dos resultados.

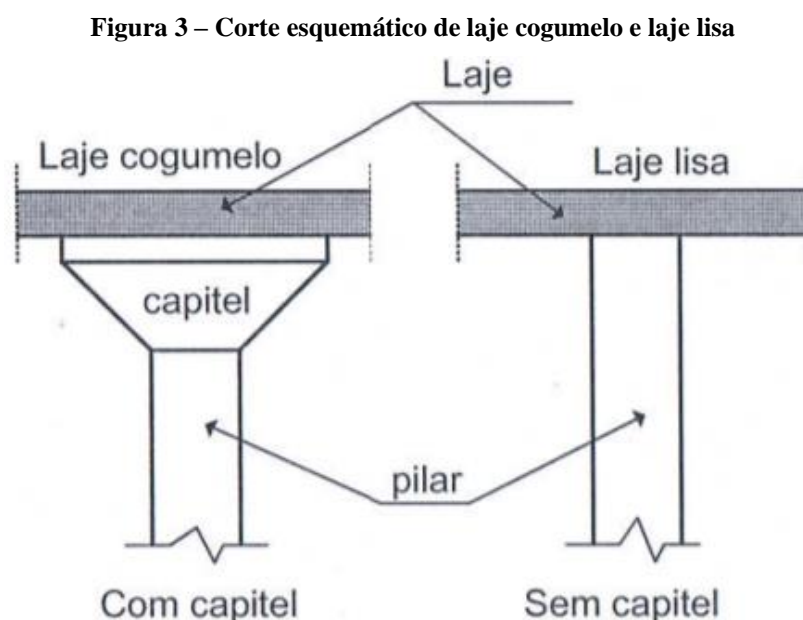
No capítulo 5, são apresentadas as considerações finais e propostas de continuação do estudo em futuras pesquisas.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

De acordo com Araújo (2010), as lajes são elementos estruturais que têm como função principal o recebimento de solicitações de utilização de um pavimento da edificação, provenientes do piso, e direcioná-las aos demais elementos estruturais. Uma função secundária das lajes é a de distribuição das solicitações horizontais entre os elementos de contraventamento da estrutura. Estas ainda auxiliam o funcionamento da edificação ao servir como mesa de compressão para vigas T.

Segundo a norma ABNT 6118 (2014), as lajes são consideradas elementos de superfície. Esta classificação é utilizada para elementos em que uma direção, normalmente chamada de espessura, é consideravelmente menor quando comparada com as demais. Dentro da classificação dos elementos de superfície, as lajes estão inseridas na subclassificação de placas, ou seja, é um elemento com a superfície plana e sujeito, principalmente, a ações perpendiculares a seu plano.

As lajes lisas são elementos estruturais apoiados diretamente sobre os pilares, com ausência de vigas para auxiliar esta ligação, enquanto as lajes do tipo cogumelo são elementos estruturais que, assim como as lajes lisas, se apoiam sobre os pilares, mas com a presença de capitéis (ABNT NBR 6118, 2014). O capitel se trata de uma região de espessamento da laje na periferia da ligação entre a laje e o pilar. A figura 3 apresenta imagens esquemáticas desses tipos de laje.



Fonte: ARAÚJO, 2010.

Os pavimentos compostos de lajes lisas vêm se tornando o sistema estrutural mais comumente usado nos últimos 20 anos para edificações comerciais e mistas, isto é, edificações que apresentam finalidade tanto residencial quanto comercial. Este tipo de laje tem como vantagens principais a ausência de barreiras para a distribuição horizontal de instalações elétricas, hidráulicas e de ar-condicionado, além de ter fôrmas de fácil execução do ponto de vista construtivo (AUGUSTIN; FILLO; HALVONIK, 2019).

Os pilares podem ser classificados em três classes de acordo com sua posição na estrutura. Os pilares internos são aqueles localizados no interior da estrutura, sem contato com as faces laterais da edificação. Os pilares de borda são aqueles em que uma de suas faces está na borda da edificação. Os pilares de canto são aqueles em que duas de suas faces estão em contato com a borda da edificação.

## **2.1 Punção**

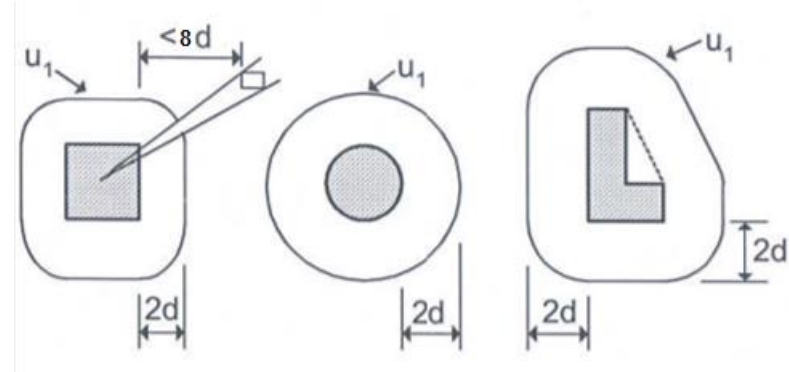
Segundo Araújo (2010), a punção é definida como um estado limite último por cisalhamento ao redor de cargas ou reações concentradas. A análise da punção é distinta daquela que é feita para o estado limite último por força cortante e tem especial importância para os casos de lajes lisas e cogumelo.

No caso de um sistema estrutural com lajes lisas é de extrema importância a verificação quanto à ruptura pelo mecanismo de punção. Isto ocorre, pois, nesse tipo de estrutura a laje está apoiada diretamente sobre os pilares. Portanto, as forças de reação atuam em pequenas áreas, gerando elevadas tensões na região da ligação laje-pilar.

De acordo com Carvalho e Pinheiro (2009), as tensões provocadas pelo mecanismo de punção necessitam de atenção pela possibilidade de gerarem uma ruptura de natureza frágil. Como a ruptura por punção possui esta característica, deve-se assegurar que, caso ocorra uma ruptura, esta se dê por flexão e não pela punção (PINTO, 1993).

Araújo (2010) afirma que a resistência ao mecanismo de punção de lajes submetidas a forças concentradas é verificada pela tensão de cisalhamento analisada em superfícies críticas concêntricas à área solicitada, esquematizadas na figura 4. Esse procedimento empírico permite uma representação satisfatória dos resultados experimentais, apesar da análise de tensões tangenciais presentes nas superfícies críticas escolhidas não carregar significado físico.

**Figura 4 – Representação esquemática de superfície crítica para diferentes formatos de pilar**

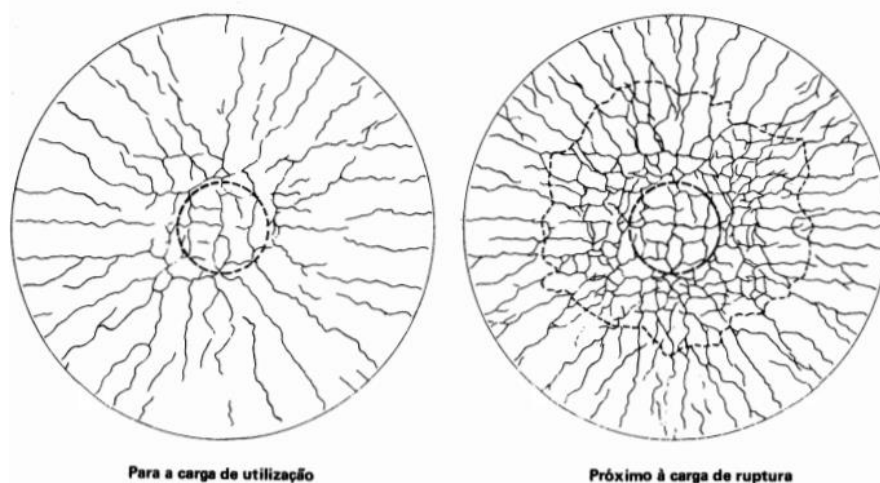


Fonte: ARAÚJO, 2010 (adaptado).

## 2.2 Mecanismos de Ruptura

De acordo com Melges (2001), durante a execução de ensaios de lajes lisas ligadas a pilares internos, carregadas concêntricamente, é possível verificar o surgimento de fissuras radiais, que partem do centro da laje em direção aos apoios de borda, dividindo a laje em segmentos radiais. Posteriormente, somente quando a laje é submetida a carregamentos elevados, aparecem fissuras circulares, em pequena quantidade, apontando para a formação de uma fissuração inclinada interna, ocasionada pela tração diagonal. A figura 5 apresenta os padrões de fissuração para as situações descritas.

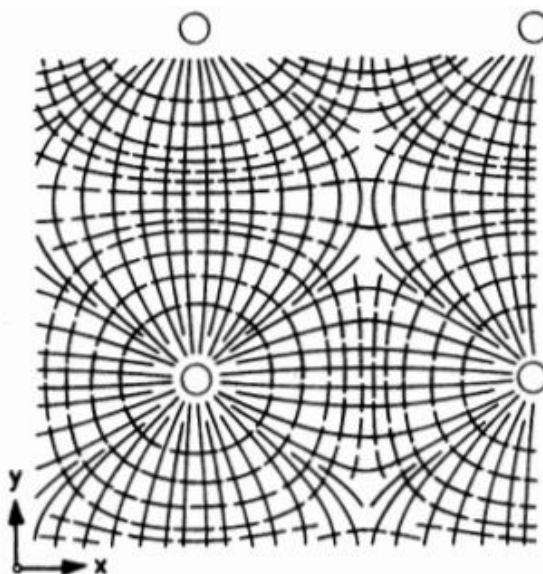
**Figura 5 – Padrões de fissuração da ligação laje-pilar interno sob carregamento concêntrico**



Fonte: LEONHARDT e MÖNNIG, 1978.

Segundo Leonhardt e Mönning (1978), as trajetórias das linhas de momentos principais em uma laje cogumelo, submetida a carregamento simétrico, indicam a formação de momentos tangenciais e radiais na periferia do pilar, como representado na figura 6.

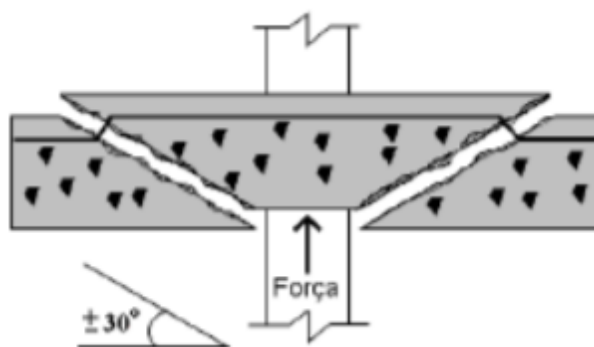
**Figura 6 – Linhas de momentos principais de uma laje cogumelo sob carregamento simétrico**



Fonte: LEONHARDT e MÖNNIG, 1978.

De acordo com Melges (2001), por causa da fissuração diagonal já mencionada, a ruptura da ligação laje-pilar, para pilares internos, com carregamento simétrico, apresenta uma superfície do tipo tronco de cone ou tronco de pirâmide, iniciando no contorno da área carregada e se prolongando até a face oposta da laje, com uma inclinação que varia entre 30° e 35°. Para os pilares de borda e de canto a superfície de ruptura formada é similar, se alterando somente junto às bordas livres. Figura 7 representa a superfície de ruptura.

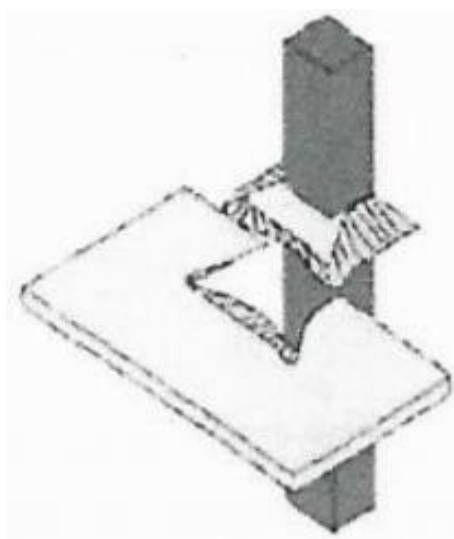
**Figura 7 – Corte esquemático da superfície de ruptura para o caso de pilares internos com carregamento simétrico**



Fonte: MELGES, 2001.

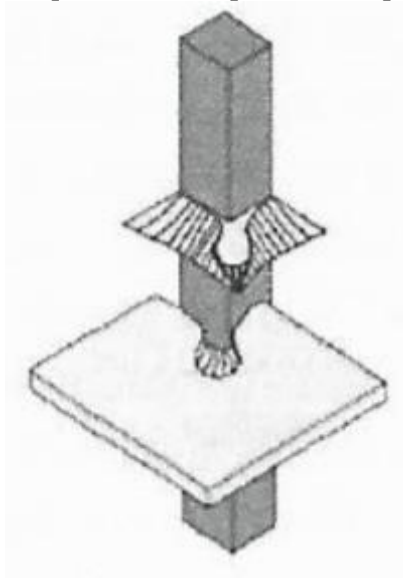
Para os casos de pilares de canto e de borda, a análise é mais complexa e as superfícies de ruptura são mais irregulares devido aos efeitos da flexão e torção (CARVALHO e PINHEIRO, 2009). As figuras 8 e 9 apresentam vistas em perspectiva destas situações.

**Figura 8 – Representação esquemática da superfície de ruptura para pilares de borda**



Fonte: IBRACON, 2015.

**Figura 9 – Representação esquemática da superfície de ruptura para pilares de canto**



Fonte: IBRACON, 2015.

## 2.3 Fatores que Influenciam a Resistência à Punção

O mecanismo de punção em lajes de concreto armado sofre a influência de diversos fatores. De acordo com Rabello (2010), os principais fatores determinantes que atuam na punção são a espessura da laje, a geometria do pilar, a armadura de punção, a resistência do concreto, a relação momento fletor/esforço cortante, a taxa de armadura de flexão, o efeito escala, o tipo de carregamento e a armadura contra colapso progressivo.

Ainda de acordo com Rabello (2010), tendo todos estes fatores levados em consideração, aliados à ocorrência de fissuras no concreto e à microfissuração do concreto endurecido da zona de transição, é estabelecido um cenário muito complexo, dificultando a formulação de uma teoria geral aceitável ou, até mesmo, de um modelo matemático.

Por estas razões, as principais normas que regulamentam a análise do mecanismo de punção são baseadas, fundamentalmente, em modelos empíricos de ligações laje-pilar isoladas e na análise de tensões em perímetros críticos (MILLIGAN; POLAK; ZURELL, 2020).

### 2.3.1 Espessura da Laje

Segundo Braestrup e Reagan (1985, *apud* MELGES, 2001), existem duas possibilidades quando se aumenta a espessura da laje com o objetivo de diminuir os efeitos da punção. Uma das opções é aumentar a espessura de toda laje, enquanto a outra é restringir esse aumento somente à área de ligação da laje com o pilar, executando o que é chamado de capitel.

Conforme o item 2.2, “Mecanismos de Ruptura”, a ruptura pelo mecanismo de punção ocorre ao longo de uma superfície troncocônica. Desta forma, o aumento da altura útil da laje, decorrente do aumento de sua espessura, ocasiona o aumento do perímetro de ruptura, reduzindo as tensões solicitantes, quando considerado um carregamento constante. Desta maneira, o aumento da espessura da laje resulta em uma melhora na resistência à punção.

De acordo com Rabello (2010), ao se aumentar a espessura da laje, elevam-se também as ações permanentes atuantes na estrutura. Deste modo, apesar de existir um aumento nas tensões resistentes, também ocorre um aumento nas tensões solicitantes. Portanto, este processo não é visto como vantajoso, tanto tecnicamente quanto economicamente, uma vez que torna a obra mais custosa com o maior consumo de concreto.

Segundo Melges (2001), ainda é possível utilizar capitéis ou *drop panels* como alternativa para o aumento da espessura de toda a laje. Esta solução, apesar de reduzir o efeito



do aumento significativo das solicitações permanentes, apresenta algumas desvantagens. Pode-se citar, dentre elas, as perdas das vantagens devido ao teto liso, o aumento da distância entre pisos e o prejuízo a aspectos arquitetônicos da edificação.

### 2.3.2 Resistência do Concreto

De acordo com Fusco (1984, *apud* MELGES, 2001), a resistência da ligação da laje com o pilar está relacionada à resistência do concreto à tração. Porém, como um dos fatores mais importantes no projeto estrutural é a definição da resistência à compressão do concreto, faz-se a correlação da resistência à tração com a resistência à compressão para se analisar a punção.

Segundo Rabello (2010), a resistência do concreto à punção é proporcional ao valor da raiz quadrada da resistência à compressão. Entretanto, o aumento desta variável, apesar de conferir o aumento da resistência da ligação laje-pilar, não melhora a propriedade de ductilidade da laje com relação à ruína.

### 2.3.3 Geometria, Dimensões e Posição do Pilar

Segundo Braestrup e Reagan (1985, *apud* MELGES, 2001), sobre a geometria dos pilares, é possível verificar que, em pilares circulares, a resistência à ruptura por punção é 15% maior quando comparados à de pilares de seção quadrada e área equivalente. Este fenômeno ocorre devido à concentração de tensões nos cantos dos pilares retangulares.

**Figura 10 – Representação esquemática da concentração de tensões nos cantos e no menor lado de pilares alongados**



Fonte: MELGES, 2001.

O aumento nas dimensões de um pilar, de forma proporcional, leva a um incremento na capacidade do mesmo de resistir à punção (MAMEDE; RAMOS; FARIA, 2013). Este é um resultado experimental que condiz com as expectativas, uma vez que os perímetros de controle de um pilar de maiores dimensões também são maiores, reduzindo as tensões solicitantes.

De acordo com Melges (2001), sobre a posição dos pilares na estrutura, tem-se que pilares internos resistem à punção mais que pilares de borda, estes últimos, por sua vez, resistem mais que pilares de canto. Este comportamento ocorre, pois nos casos dos pilares de borda e de canto não existe superfície suficiente para que seja desenvolvido o cone de punção, como no caso dos pilares internos. Isto acarreta um acréscimo de tensão solicitante sobre a estrutura, deixando-a mais vulnerável à ruptura por punção.

#### **2.3.4 Taxa de Armadura de Flexão**

Segundo Fusco (1984, apud MELGES, 2001), a taxa de armadura de flexão é um fator relevante para a resistência à ruína por punção devido ao efeito de pino que a armadura longitudinal da laje exerce depois da fissuração da borda tracionada da peça. Além disto, Rabello (2010) afirma que a armadura de flexão também é responsável pela manutenção do engrenamento dos agregados. Ainda de acordo com o autor, foi possível observar que valores maiores que 2% para a taxa de armadura de flexão não melhoram a resistência da laje à punção.

Segundo Moradi (2018), o efeito de pino e o engrenamento dos agregados são dois dos mais importantes mecanismos de transferência de solicitações cortantes. A taxa de armadura de flexão, por atuar justamente nestes mecanismos, é um fator que influencia de forma relevante a resistência à punção.

De acordo com Rabello (2010), uma menor incidência de fissuras é ocasionada devido a um aumento da taxa de armadura de flexão. Esta diminuição da incidência de fissuras é responsável por causar um aumento na resistência ao cisalhamento da estrutura.

#### **2.3.5 Uso de Armadura Transversal**

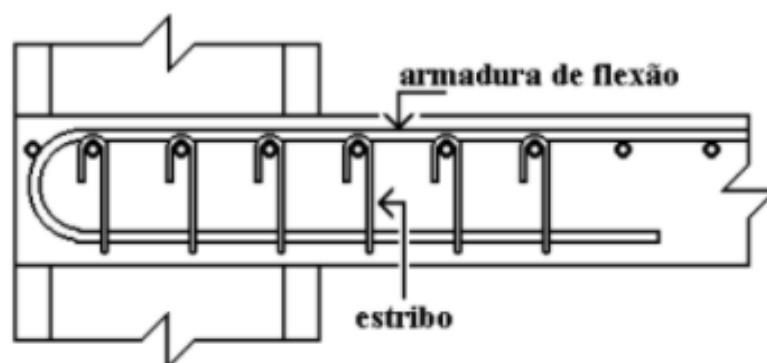
Para os casos em que se deseja um melhor desempenho na ligação laje-pilar sem a utilização de capitéis que podem ser indesejáveis do ponto de vista construtivo ou arquitetônico, pode ser necessária a utilização de armadura transversal. Segundo Melges (2001), o uso de armadura transversal para combater a punção garante um aumento na resistência da ligação

entre laje e pilar, isto ocorre, pois, esta armadura atua unindo as partes separadas pela fissuração diagonal, melhorando, desta forma, a ductilidade da ligação.

A norma ABNT NBR 6118 (2014), recomenda que, para os casos em que a estabilidade global da estrutura dependa da resistência à punção da laje, deve ser utilizada a armadura de punção. Esta recomendação é válida mesmo para os casos em que a tensão resistente é maior do que a solicitante. Além disto, esta armadura deve ser capaz de equilibrar ao menos 50% da força de punção de cálculo.

Um dos tipos mais comuns de armadura de punção é o estribo. De acordo com Melges (2001), os estribos podem ser abertos em forma de ganchos ou fechados em forma de retângulos. Para que este tipo de armadura funcione de maneira adequada é importante garantir que não exista folga entre o estribo e a face superior da armadura de flexão, porque este contato funciona como apoio para a ancoragem da armadura (ver figura 11).

**Figura 11 – Representação esquemática do posicionamento dos estribos e de sua ancoragem**



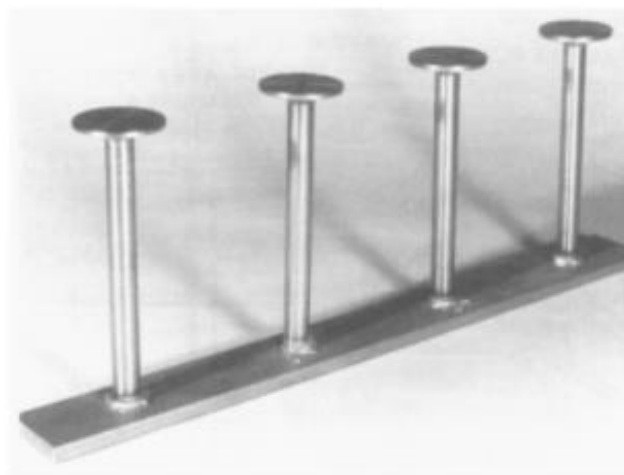
**Fonte: MELGES, 2001.**

De acordo com ensaios, o uso de estribos em lajes de 160 mm de espessura aumenta a resistência à punção em 30%, enquanto em lajes de 200 mm de espessura, 63%. Portanto a contribuição dos estribos para a resistência da ligação cresce conforme o aumento da espessura da laje. Ainda nos mesmos ensaios, foi verificado que estender o comprimento da faixa de estribos por pelo menos duas vezes a espessura da laje aumenta a resistência a punção em 8,2% (RAAFAT *et al.*, 2021).

Uma alternativa para o uso de estribos como armadura de punção são os conectores do tipo pino, também conhecidos como *studs* (ver figura 12). Segundo Melges (2001), estes conectores são de fácil instalação, não interferem na disposição das armaduras dos pilares e das demais armaduras da laje, além de possibilitar uma ancoragem mecânica satisfatória em ambas

as extremidades do pino, garantindo que os conectores atinjam sua capacidade resistente máxima antes da ruptura.

**Figura 12 – Conectores do tipo pino industrializados**



**Fonte: ELGABRY e GHALY, 1990.**

Os conectores do tipo pino são eficazes em aumentar a resistência ao cisalhamento da ligação entre lajes e pilares. Assim como os estribos, os *studs* podem ser distribuídos de forma radial ou ortogonal, sendo que ambas as formas garantem uma melhora na resistência à punção, porém a distribuição radial supera a ortogonal por garantir uma maior ductilidade à estrutura (DAM e WIGHT, 2016).

### **2.3.6 Efeito Escala**

De acordo com Rabello (2010), o efeito escala, também conhecido como *size effect*, é um fenômeno que se refere ao fato de que lajes com menor altura útil são mais resistentes do que lajes mais espessas, quando analisadas sobre as mesmas condições.

O efeito escala pode ser explicado pela maior possibilidade do concreto se encontrar mais heterogêneo em lajes mais espessas, além disto, nestas lajes, a armadura de flexão perde a capacidade de controlar a fissuração ao longo de toda a altura útil da seção. Entretanto, a partir de determinada espessura, a variação de altura útil passa a ser insignificante, cuja limitação é influenciada pela relação entre a espessura da peça e o diâmetro máximo dos agregados que compõem o concreto (MELGES, 2001).

A influência do efeito escala não depende somente da espessura da laje, mas também da capacidade da estrutura de redistribuir os esforços internos devidos à fissuração da peça (FERNÁNDEZ RUIZ e MUTTONI, 2018).

### 2.3.7 Aberturas em Lajes

As aberturas em lajes são projetadas para permitir que seja possível a passagem de tubulações de serviços de distribuição de água, gás, aquecimento, em determinados casos, dentre outros. Estas aberturas, quando localizadas próximas a pilares (ver figura 13), naturalmente diminuem o perímetro de superfícies de ruptura consideradas na ruína por punção na vizinhança da ligação laje-pilar, diminuindo a tensão resistente da estrutura (AUGUSTIN; FILLO; HALVONIK, 2019).

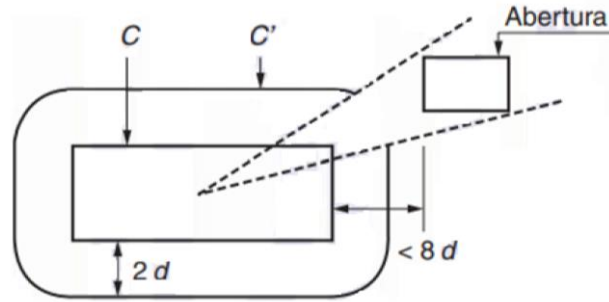
**Figura 13 – Exemplo de laje lisa com aberturas adjacentes ao pilar**



**Fonte: LIBERATI *et al.*, 2019.**

Segundo a norma ABNT NBR 6118 (2014), se houver a presença de abertura na laje em uma distância menor que oito vezes a altura útil da laje na região de ligação entre laje e pilar (ver figura 14), não poderá ser considerado o trecho do contorno crítico C' (discutido na seção 2.4.1) entre as duas retas que passam pelo centro de gravidade da área de aplicação da força e que tangenciam o contorno da abertura.

**Figura 14 – Diminuição do perímetro crítico quando existe abertura na laje próxima ao pilar**



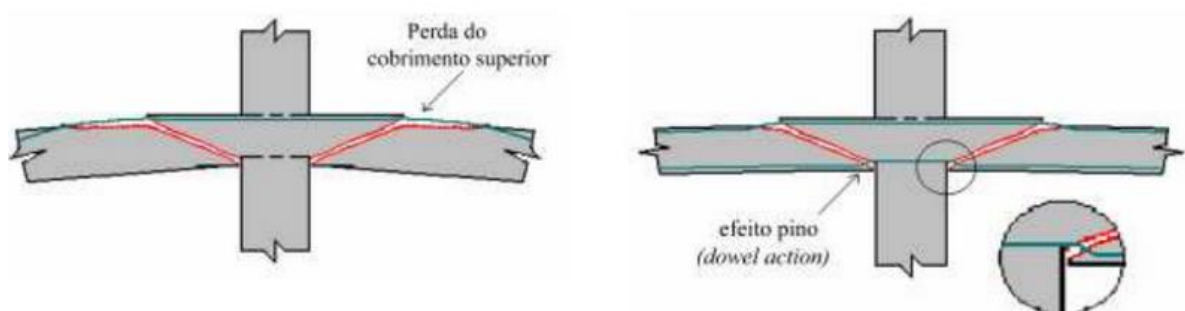
Fonte: ABNT NBR 6118, 2014.

### 2.3.8 Colapso Progressivo

De acordo com Lima (2001), uma estrutura pode sofrer uma ruína generalizada originada a partir de uma ruptura localizada na região de conexão entre laje e pilar. Essa ruptura localizada é responsável por causar um incremento nas forças solicitantes e suas respectivas excentricidades atuantes nos pilares próximos ao local da ruptura inicial. Este acontecimento pode desencadear uma sucessão de ruínas nas ligações entre laje e pilar próximas, que é conhecida como colapso progressivo, e está associado com a incapacidade de uma ligação absorver tensões residuais de cisalhamento relativas ao comportamento pós-punção.

Segundo Rabello (2010), a armadura contra o colapso progressivo deve ser posicionada na porção inferior da laje na região de ligação entre laje e pilar (ver figura 15). A função principal desta armadura é melhorar a ductilidade desta ligação no momento pós-puncionamento, agindo na redistribuição das forças solicitantes e evitando a ocorrência do colapso progressivo.

**Figura 15 – Fase pós-puncionamento sem (à esquerda) e com armadura (à direita) contra colapso progressivo**



Fonte: LIMA, 2001.

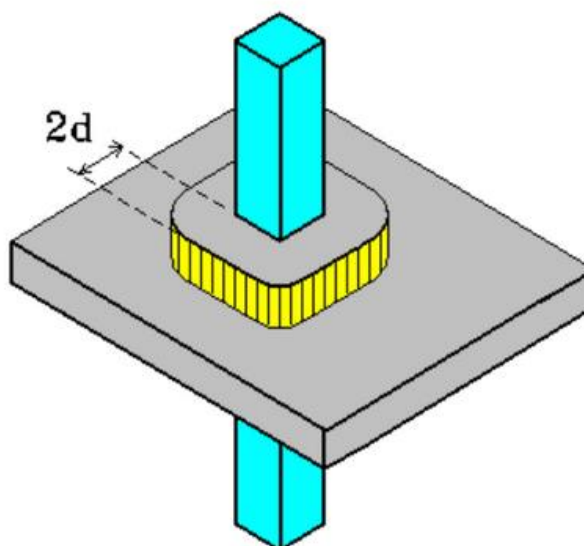
## 2.4 Modelos de Cálculo

Existem três tipos de modelo de cálculo para a punção. O método mais conhecido e utilizado pela norma ABNT NBR 6118 (2014) é o método das superfícies de controle, a ser discutido na seção 2.4.1, além deste ainda existem modelos mecânicos, discutidos na seção 2.4.2 e o método das bielas e tirantes, presente na seção 2.4.3.

### 2.4.1 Método das Superfícies de Controle

De acordo com Melges (2001), este método consiste em calcular uma tensão de cisalhamento atuante em uma superfície crítica, que é perpendicular ao plano de laje e se localiza a uma distância bem definida do pilar e cuja representação esquemática pode ser vista na figura 16.

**Figura 16 – Representação esquemática de uma superfície de controle de pilar interno situada a uma distância de duas vezes a altura útil da laje**



Fonte: MELGES, 2001.

Ainda segundo Melges (2001), a tensão de cisalhamento solicitante a ser calculada depende de determinados fatores, como a posição do pilar, a força solicitante e a presença ou não de momentos fletores. Esta tensão solicitante será então comparada com uma tensão

resistente, que por sua vez é determinada em função da taxa de armadura longitudinal da laje, da resistência à compressão do concreto e da presença ou não de armadura de combate à punção. O autor ainda afirma que este método nada apresenta de semelhança com o fenômeno físico real da punção, sendo puramente empírico, mas, por ser bastante simples e produzir resultados consistentes quando bem calibrado, é amplamente empregado por diversas normas técnicas.

A norma ABNT NBR 6118 (2014) define três superfícies críticas para a verificação da punção. A primeira delas é o contorno C, que é delimitada pelo contorno do pilar na sua região de ligação com a laje e deve ser verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto por meio da tensão de cisalhamento. A segunda superfície de controle é o contorno C', que é afastada de  $2d$ , isto é, duas vezes a altura útil da laje, tomando como base o contorno C. Nesta deve ser verificada a capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal, que também é feita através de uma tensão de cisalhamento e, caso seja necessário, a ligação deverá ser reforçada por meio de armadura transversal na laje. A terceira e última superfície de controle é o contorno C'', que é delimitada a uma distância de  $2d$  da superfície crítica C' e deve ser verificada somente quando for necessário utilizar armadura transversal na laje.

#### 2.4.2 Modelos Mecânicos

Segundo Melges (2001), os modelos mecânicos, também conhecidos como racionais, são baseados no comportamento da ligação laje-pilar observado em ensaios e são fundamentados nos modelos constitutivos do concreto e do aço. A resistência da ligação entre laje e pilar é definida através do equilíbrio entre ações solicitantes e esforços internos da estrutura.

De acordo com Farzam e Sadaghian (2018), o modelo proposto por Kinnunen e Nylander (1960), foi um dos primeiros modelos mecânicos criados para calcular as tensões envolvidas no mecanismo de punção. Este modelo foi baseado no mecanismo de transferência de tensão de cisalhamento através de uma superfície cônica cuja ruína por compressão acelerava a ruptura por punção. Embora apresente uma alta complexidade, esse modelo apresenta a vantagem de ser possível observar o real comportamento da ligação entre a laje e o pilar.

De acordo com Rabello (2010), no modelo mecânico proposto por Kinnunen e Nylander (1960), a ruptura acontece a partir do pilar com um deslocamento de um sólido interno de formato cônico e com a superfície lateral com inclinação entre  $25^\circ$  e  $30^\circ$ . A laje, então, seria seccionada em elementos iguais, limitados por fissuras radiais e pela superfície inclinada. Cada



um destes elementos seria responsável por realizar um trabalho em função da rotação em torno de um centro de rotação. Nesta situação é possível determinar um modelo próximo da realidade, com a aplicação do princípio dos trabalhos virtuais, assumindo a rotação do elemento.

### **2.4.3 Método das Bielas e Tirantes**

De acordo com Silva (1991), os tirantes, elementos tracionados, representam campos de tração que normalmente são absorvidos pelas barras de armadura, enquanto as bielas, os elementos comprimidos, representam os campos de tensão de compressão no concreto. O método das bielas e tirantes concentra as tensões nesses elementos comprimidos e tracionados, ligando-os através de nós. A partir da determinação de um modelo apropriado para uma região da estrutura analisada, as solicitações nas bielas e nos tirantes são calculadas a partir do equilíbrio entre forças externas e internas.

## **2.5 Critérios para a Verificação da Punção Segundo a Norma ABNT NBR 6118 (2014)**

A norma ABNT NBR 6118 (2014) apresenta prescrições para a verificação da punção em estruturas de concreto armado baseadas no método das superfícies de controle, apresentado na seção 2.4.1. Estas prescrições serão apresentadas nas próximas seções desta revisão de literatura.

### **2.5.1 Tensões Solicitantes nas Superfícies Críticas C e C'**

#### **2.5.1.1 Pilar Interno com Carregamento Simétrico**

Para os casos em que pode ser considerado que o efeito do carregamento é simétrico, a influência da flexão na ligação laje-pilar é desprezível, de forma que a tensão de cisalhamento atuante tem distribuição uniforme. Com isso, tem-se a equação 1 para a determinação da tensão solicitante.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad (1)$$

Considerando:

$$d = \frac{(d_x + d_y)}{2} \quad (2)$$

Onde:

$\tau_{sd}$  é a tensão de cisalhamento solicitante de cálculo no contorno considerado;

$F_{sd}$  é a força ou reação concentrada de cálculo;

$u$  é o perímetro do contorno crítico  $C'$ ;

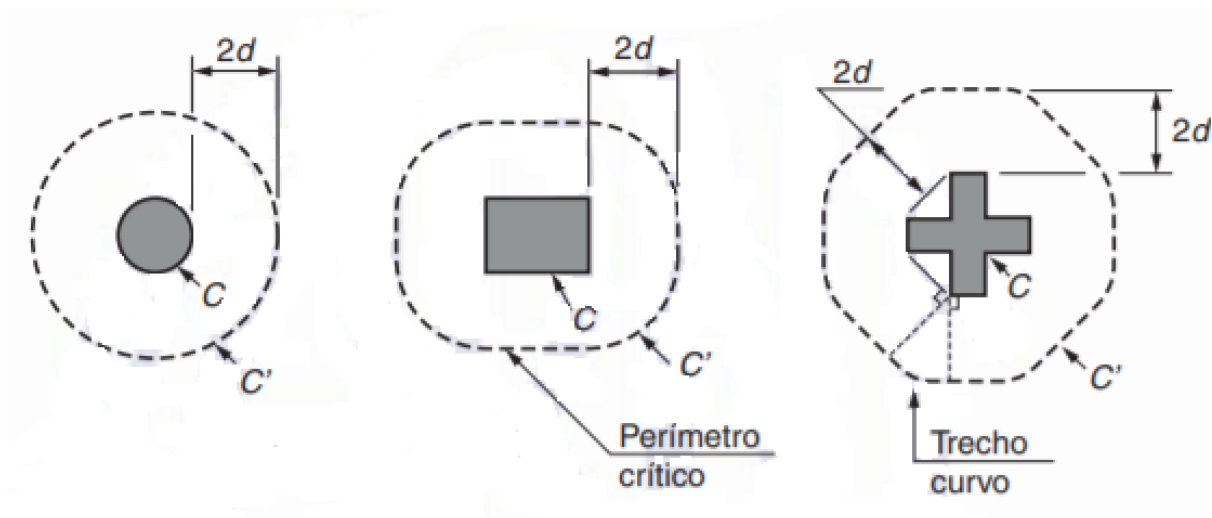
$d$  é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico  $C'$ , externo ao contorno  $C$  da área de aplicação da força e deste distante  $2d$  no plano da laje;

$u \cdot d$  é a área da superfície crítica;

$d_x$  e  $d_y$  são as alturas úteis nas duas direções ortogonais.

A força de punção  $F_{sd}$  pode ser reduzida da força distribuída aplicada na face oposta da laje, dentro do contorno considerado na verificação,  $C$  ou  $C'$ , conforme mostra a figura 17.

Figura 17 – Perímetro crítico em pilares internos



Fonte: ABNT NBR 6118, 2014.

### 2.5.1.2 Pilar Interno com Efeito de Momento

Para os casos em que, além de forças verticais, exista também a transferência de momento da laje para o pilar, o efeito da assimetria deverá ser considerado. Desta maneira, a tensão de cisalhamento é definida pela equação 3.

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{Sd}}{W_p \cdot d} \quad (3)$$

Onde:

$K$  é o coeficiente que fornece a parcela de  $M_{Sd}$  transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação  $C_1/C_2$ . Sendo que  $C_1$  e  $C_2$  são as dimensões do pilar paralela e perpendicular à excentricidade da força, respectivamente;

$M_{Sd}$  é o momento fletor solicitante de cálculo transferido da laje para o pilar;

$W_p$  é o módulo de resistência plástica do perímetro crítico  $u$ .

O quadro 1, a seguir, apresenta os valores prescritos pela NBR 6118 (2014) para o parâmetro  $K$ .

**Quadro 1 – Valores de  $K$**

$C_1/C_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
$K$	0,45	0,60	0,70	0,80

onde  
 $C_1$  é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;  
 $C_2$  é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

**Fonte: ABNT NBR 6118, 2014.**

Ainda de acordo com a norma ABNT NBR 6118 (2014), os valores de  $W_p$  devem ser calculados com o uso das equações 4 e 5.

- Para um pilar retangular

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4C_2 \cdot d + 16d^2 + 2\pi \cdot d \cdot C_1 \quad (4)$$

- Para um pilar circular

$$W_p = (D + 4d)^2 \quad (5)$$

Onde:

$D$  é o diâmetro do pilar.

O módulo de resistência plástica,  $W_p$ , também pode ser calculado desprezando a curvatura dos cantos do perímetro crítico, por meio da equação 6:

$$W_p = \int_0^u |e| dl \quad (6)$$

Onde:

$dl$  é o comprimento infinitesimal no perímetro crítico  $u$ ;

$e$  é a distância de  $dl$  ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua o momento fletor  $M_{Sd}$ .

### 2.5.1.3 Pilar de Borda

Para este tipo de pilar, a situação é mais crítica para a resistência à punção quando comparado a de pilares internos. Isto se dá pela presença de uma borda livre, reduzindo o perímetro crítico e, por consequência, a área de concreto capaz de resistir às solicitações impostas na estrutura.

Para os pilares de borda, existem dois tipos de formulações. A diferença entre estas é a presença ou não de momento fletor no plano paralelo à borda livre. A seguir são expostos os dois tipos de formulação.

- Quando não agir momento fletor no plano paralelo à borda livre

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{Sd1}}{W_{p1} \cdot d} \quad (7)$$

Sendo:

$$M_{Sd1} = (M_{Sd} - M_{Sd}^*) \geq 0 \quad (8)$$

Onde:

$F_{Sd}$  é a reação de apoio;

$u^*$  é o perímetro crítico reduzido;

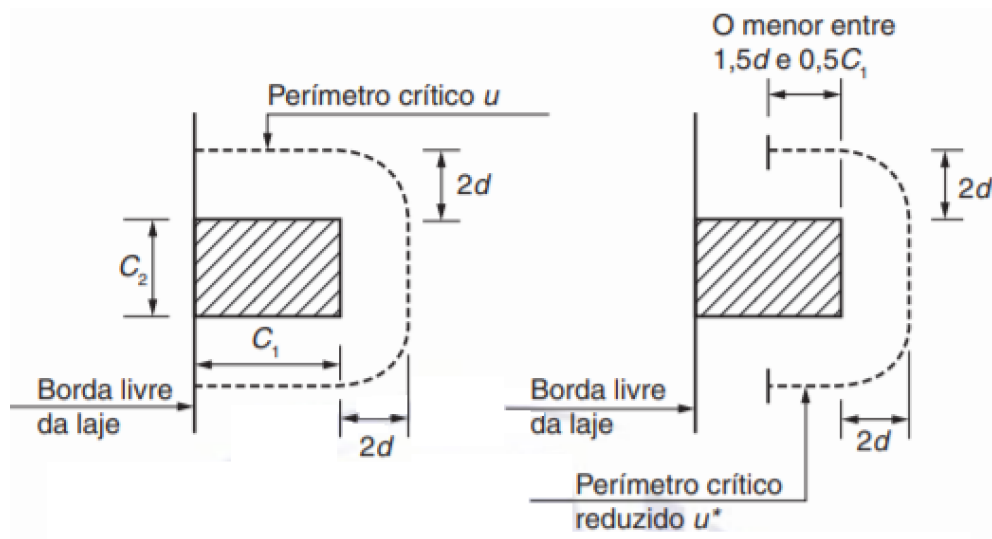
$M_{Sd}$  é o momento solicitante de cálculo no plano perpendicular à borda livre;

$M_{sd}^*$  é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido  $u^*$  em relação ao centro do pilar;

$W_{p1}$  é o módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro  $u$ .

Para este cenário, onde não age momento fletor paralelo à borda livre, os valores de  $K_1$  assumem os valores previamente estabelecidos para  $K$  no Quadro 1, com os parâmetros  $C_1$  e  $C_2$  definidos de acordo com a figura 18.

**Figura 18 – Perímetro crítico em pilares de borda**



**Fonte: ABNT NBR 6118, 2014.**

- Quando agir momento fletor no plano paralelo à borda livre

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d} \quad (9)$$

Onde:

$M_{sd2}$  é o momento sollicitante de cálculo no plano paralelo à borda livre;

$W_{p2}$  é o módulo de resistência plástica paralelo à borda livre, calculado para o perímetro  $u$ .

Para este cenário, onde age momento fletor paralelo à borda livre, os valores de  $K_2$  assumem os valores previamente estabelecidos para  $K$  no Quadro 1, substituindo-se  $C_1/C_2$  por  $C_2/2C_1$ . Sendo os parâmetros  $C_1$  e  $C_2$  definidos de acordo com a figura 18.

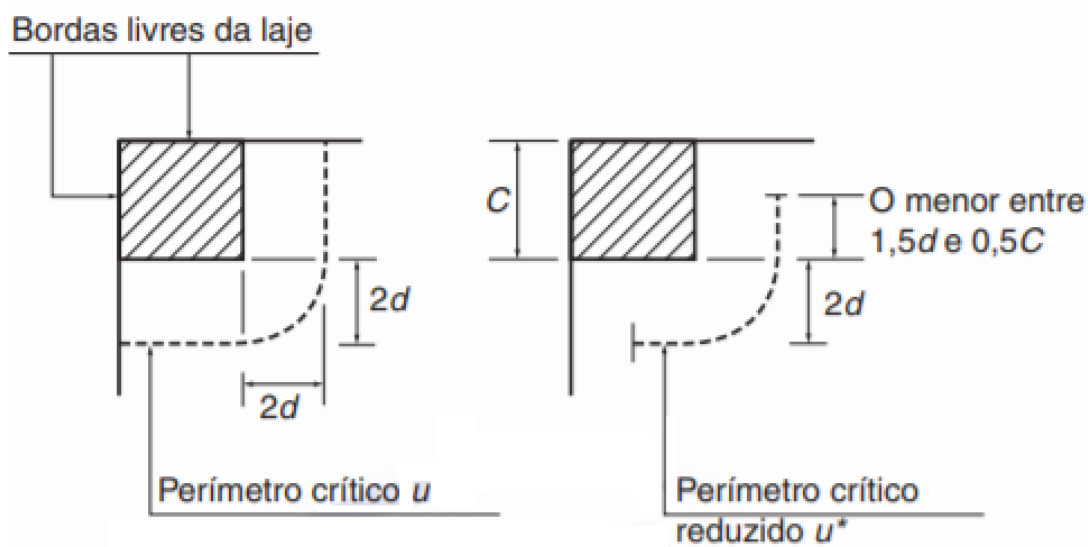
### 2.5.1.4 Pilar de Canto

Para este tipo de pilar, a situação é mais crítica para a resistência à punção quando comparado a de pilares de borda. Isto se dá pela presença de não só uma borda livre, mas de duas, reduzindo ainda mais o perímetro crítico (ver figura 19) e, por consequência, a área de concreto responsável por resistir às solicitações impostas na estrutura é ainda menor.

A verificação da punção para os pilares de canto é realizada de forma semelhante à de pilares de borda quando não há ação de momento fletor no plano paralelo à borda livre. Como o pilar de canto apresenta duas bordas livres, a verificação deve ser feita de forma separada para cada uma delas, levando em consideração o momento fletor que apresenta o plano perpendicular à borda livre escolhida.

Para este caso, o parâmetro  $K$  deve ser calculado em função da razão  $C_1/C_2$ , sendo  $C_1$  e  $C_2$  os lados do pilar perpendicular e paralelo à borda livre adotada, respectivamente, conforme o Quadro 1.

Figura 19 – Perímetro crítico em pilares de canto



Fonte: ABNT NBR 6118, 2014.

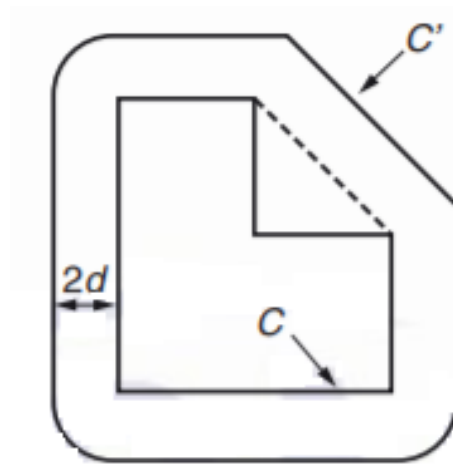
### 2.5.2 Casos Especiais de Definição de Superfície de Contorno Crítico

Neste tópico é válido ressaltar a afirmação feita na seção 2.3.7 que se refere à presença de aberturas em lajes. Se existir abertura na laje a uma distância inferior a oito vezes a altura útil da laje na região da ligação laje-pilar, não deverá ser considerado o trecho do contorno

crítico  $C'$  entre as duas retas que passam pelo centro de gravidade da área de aplicação da força e que tangenciam o contorno da abertura. Esta prescrição da norma está exemplificada na figura 14.

Outro caso especial para a definição de um contorno crítico é quando há a presença de reentrâncias na seção transversal do pilar. Para este cenário, o contorno crítico  $C'$  deverá ser paralelo ao polígono circunscrito ao contorno  $C$ , como se vê na figura 20.

**Figura 20 – Perímetro crítico em pilares que apresentam contorno com reentrância**



Fonte: ABNT NBR 6118, 2014.

### 2.5.3 Tensões Resistentes nas Superfícies Críticas

Para garantir a segurança estrutural, é necessário realizar a verificação da tensão a qual a estrutura é capaz de resistir, a isto se dá o nome de tensão resistente. Com a posse das tensões resistentes é importante garantir que estas serão superiores às tensões solicitantes definidas nas seções anteriores para cada uma das superfícies críticas. As três próximas seções se dedicam a definir as tensões resistentes para as superfícies críticas  $C$ ,  $C'$  e  $C''$ .

#### 2.5.3.1 Tensão Resistente de Compressão Diagonal do Concreto na Superfície $C$

Segundo a norma ABNT NBR 6118 (2014), a verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto deve ser realizada na superfície crítica  $C$  em lajes submetidas à punção, com ou sem armadura. Esta tensão resistente deve ser superior à tensão cisalhante

devida às solicitações dos momentos fletores e forças axiais na ligação laje-pilar, conforme a equação 10.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_V \cdot f_{cd} \quad (10)$$

Considerando:

$$\alpha_V = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (11)$$

Onde:

$\tau_{Rd2}$  é a tensão resistente de compressão diagonal do concreto;

$\tau_{sd}$  é definido como na seção 2.5.1.1 com o perímetro do contorno C assumindo o valor de  $u$ ;

$f_{cd}$  é a resistência de cálculo do concreto à compressão em MPa.

A norma ABNT NBR 6118 (2014) ainda define que o valor de  $\tau_{Rd2}$  pode ser ampliado em 20% por efeito de estado múltiplo de tensões junto a um pilar interno, quando não existirem aberturas junto ao pilar e quando os vãos que chegam a esse pilar não diferirem mais de 50%.

Uma informação fornecida pela norma que é relevante de se analisar é o fato de que para a comparação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto com a tensão solicitante deve ser considerada a tensão solicitante definida na seção 2.5.1.1 deste projeto. Esta tensão solicitante é a de pilares internos com carregamentos simétricos, ou seja, segundo a norma ABNT NBR 6118 (2014), momentos fletores não são considerados na definição da tensão solicitante que será comparada com a tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C, mesmo quando presentes em uma ligação laje-pilar.

### 2.5.3.2 Tensão Resistente na Superfície Crítica C'

Existem dois tipos de verificação da tensão resistente na superfície crítica C', sendo a principal diferença entre estes a presença ou não de armadura de combate à punção. A seguir serão demonstrados os dois procedimentos possíveis de serem realizados.

- Tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção



Na superfície crítica C' de elementos estruturais ou trechos sem armadura de combate à punção deve ser verificada a capacidade da ligação à punção de acordo com a equação 12.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{20/d}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad (12)$$

Sendo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad (13)$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (14)$$

Onde:

$\tau_{Rd1}$  é a tensão resistente na superfície crítica C' para elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção;

$d$  é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C da área de aplicação da força, em centímetros;

$\rho$  é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente;

$\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais considerando a área carregada do pilar acrescida de uma distância igual a  $3d$  para cada um dos lados ou até a borda, se esta última for menor;

$\sigma_{cp}$  é a tensão normal no concreto devido à protensão, considerada em estruturas de concreto protendido.

- Tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais ou trechos com armadura de punção

Na superfície crítica C' de elementos estruturais ou trechos com armadura de combate à punção deve ser verificada a capacidade da ligação à punção de acordo com a equação 15.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{20/d}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha}{u \cdot d} \quad (15)$$

Onde:

$\tau_{Rd3}$  é a tensão resistente na superfície crítica C' para elementos estruturais ou trechos com armadura de punção;

$s_r$  é o espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior do que  $0,75d$ ;

$A_{sw}$  é a área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C';

$f_{ywd}$  é a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior do que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60). Para lajes com espessura maior que 15 cm esses valores podem ser aumentados até 435 MPa, proporcionalmente, para lajes de até 35 cm de espessura;

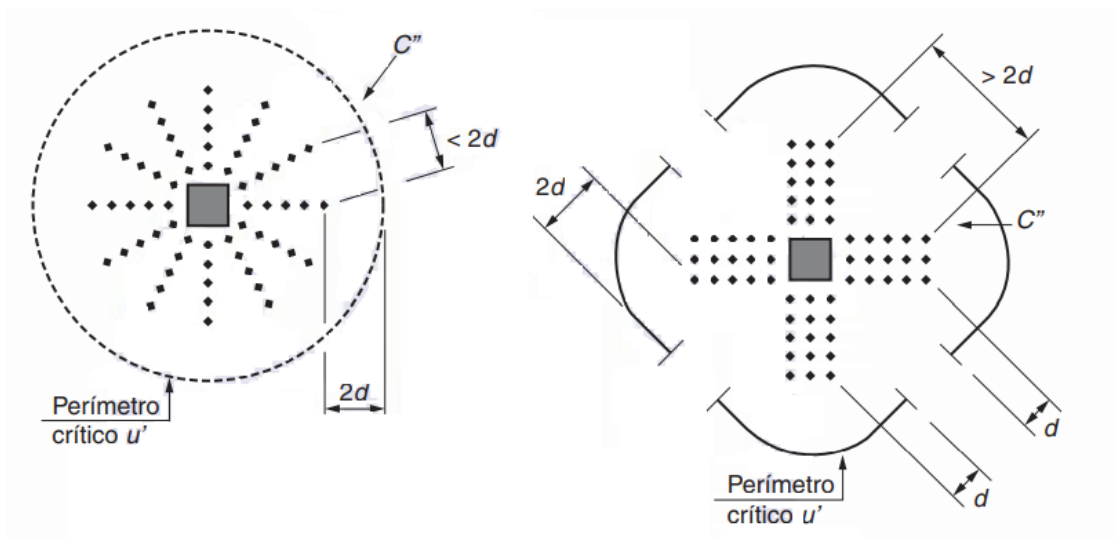
$\alpha$  é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje.

Ainda de acordo com a norma ABNT NBR 6118 (2014), esta armadura deve ser composta, preferencialmente, por pelo menos três linhas de conectores tipo pino com extremidades alargadas, disposta de forma radial a partir do perímetro do pilar. Cada uma dessas extremidades deve estar ancorada fora do plano da armadura de flexão correspondente.

### 2.5.3.3 Superfície Crítica C''

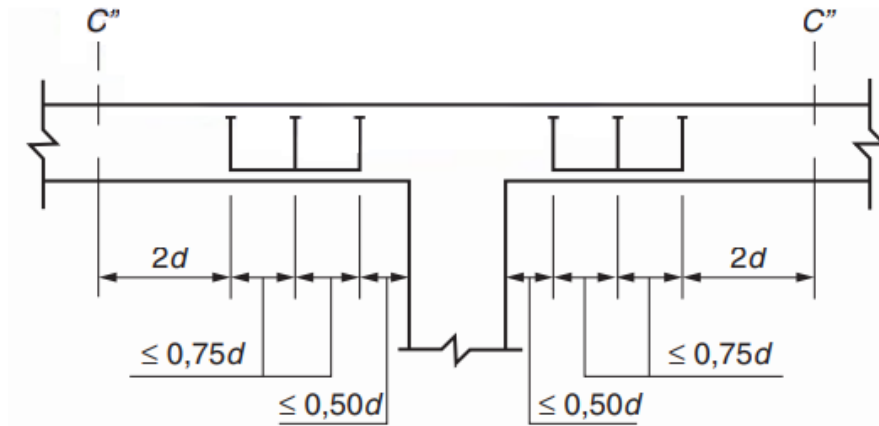
Para os casos em que for necessário utilizar armadura de combate à punção, esta deve ser distribuída em contornos paralelos à superfície C' até que em um contorno (denominado contorno C'') afastado de  $2d$  do último contorno de armadura, não seja mais requerido o uso de armadura transversal, ou seja, a tensão solicitante seja inferior a  $\tau_{Rd1}$ , de acordo com o que mostram as figuras 21 e 22.

Figura 21 – Disposição da armadura de punção em planta e contorno da superfície crítica C''



Fonte: ABNT NBR 6118, 2014.

Figura 22 – Disposição da armadura de punção em corte



Fonte: ABNT NBR 6118, 2014.

No caso de ser necessária a armadura de combate à punção, três verificações deverão ser realizadas. A primeira delas é a da tensão resistente de compressão do concreto no contorno C, definida na seção 2.5.3.1. A segunda é a da tensão resistente à punção no contorno C', considerando a armadura de punção, definida na seção 2.5.3.2. A terceira e última é a da tensão resistente à punção no contorno C'' sem armadura de punção, conforme a expressão também definida em 2.5.3.2.

#### 2.5.4 Armadura de Punção Obrigatória

De acordo com a norma ABNT NBR 6118 (2014), para os casos em que a resistência das lajes à punção for um fator no qual a estabilidade global da estrutura dependa, deverá ser dimensionada uma armadura mínima de combate à punção, ainda que  $\tau_{Rd1}$  seja superior a  $\tau_{Sd}$ . Esta mesma armadura deve ser capaz de equilibrar no mínimo 50% de  $F_{Sd}$ .

### 3. METODOLOGIA

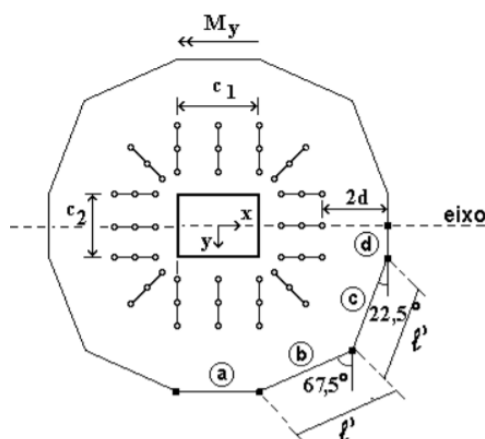
#### 3.1 Estudo Preliminar

Partindo dos conceitos do referencial teórico, estudaram-se e avaliaram-se projetos de estruturas de concreto armado, analisando plantas de forma de lajes lisas com aberturas em regiões próximas a pilares internos. Desta forma, selecionou-se padrões de configurações de furos utilizados no cotidiano de projetos estruturais de lajes lisas de concreto armado. Os exemplos analisados para a determinação de um padrão de abertura nas lajes lisas foram de edificações do tipo residencial.

Desenvolveram-se planilhas de cálculo, com o uso do *software* Excel, utilizando as fórmulas adotadas pela ABNT NBR 6118 (2014) expostas no referencial teórico. A partir destas planilhas, foi possível determinar as tensões envolvidas no fenômeno de punção e as armaduras necessárias para o caso de pilares internos com ou sem abertura na laje próxima, além de avaliar a influência dessas aberturas, bem como de outros parâmetros.

Para a inserção de dados na planilha de cálculos em situações em que existe abertura na laje próxima ao pilar interno sobre o efeito de momento fletor, um parâmetro importante de ser determinado é o módulo de resistência plástica,  $W_p$ . Para pilares retangulares, a fórmula utilizada para o cálculo do  $W_p$  no contorno crítico  $C'$  é a expressão (4) descrita na seção 2.5.1.2. Esta formulação, entretanto, não contempla o efeito provocado pela abertura. Segundo Melges (1995), o cálculo de  $W_p$  pode ser realizado através do somatório dos produtos entre o comprimento de um trecho do contorno crítico e a distância de seu centro geométrico ao eixo de atuação do momento fletor (ver figura 23).

**Figura 23 – Procedimento de cálculo aproximado do módulo de resistência plástica**



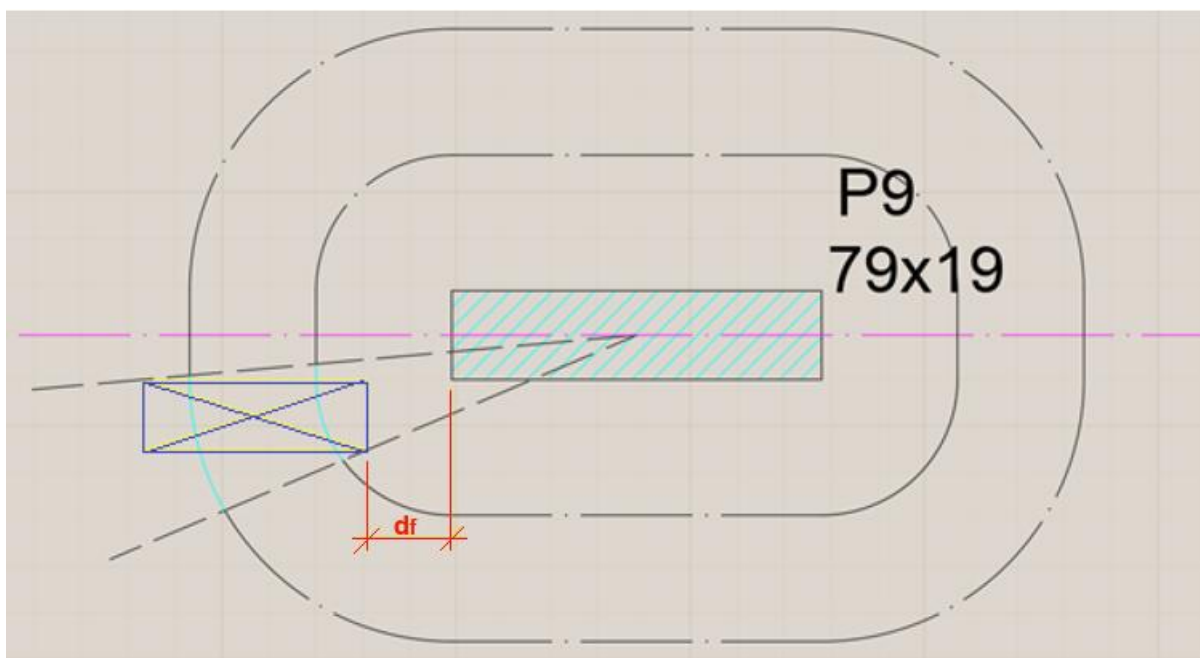
Fonte: Melges, 1995.

Considerando o conhecimento exposto por Melges (1995), procedeu-se o cálculo de  $W_p$  a partir do valor integral obtido pela fórmula (4) e subtraindo-se a influência dos trechos omitidos pela presença do furo. Esta influência é equivalente ao produto entre o comprimento dos trechos pela distância de seu centro geométrico ao eixo de atuação do momento fletor. A determinação dos trechos é feita de acordo com o exposto na seção 2.3.7. Para facilitar a identificação das grandezas, nomeou-se o módulo de resistência plástica no contorno C, como  $W_p$ , no contorno C' como  $W_p'$  e no contorno C'' como  $W_p''$ .

Para auxiliar na obtenção dos valores necessários para estes cálculos utilizou-se o *software* AutoCAD, como demonstrado na figura 24.

Na figura 24, o pilar está representado pela área hachurada em azul claro, a abertura está representada em azul escuro, o eixo de atuação do momento fletor está representado pela linha traço-ponto rosa, os contornos críticos C' e C'' são representados pelas linhas traço-ponto pretas e as linhas na cor azul claro são os trechos que devem ser desconsiderados no cálculo do módulo de resistência plástica.

**Figura 24 – Modelagem em AutoCAD para obtenção do módulo de resistência plástica**



**Fonte: Do autor, 2022.**

A partir desta configuração inicial variou-se a posição da abertura em relação ao pilar, criando-se um parâmetro chamado de R, que é equivalente à razão entre a distância  $D_f$  (medida do vértice superior direito da abertura ao vértice inferior esquerdo da seção transversal do pilar, que pode ser observada na figura 14 como a distância que só deve ser considerada até  $8d$ ) e  $2d$

(duas vezes a altura útil da laje). Variou-se este parâmetro  $R$  de zero, situação em que a abertura tangencia o pilar, a um, situação em que a distância  $D_f$  é igual a distância  $2d$ .

A partir do conjunto de dados gerados foi possível gerar tabelas e gráficos que permitiram analisar o fenômeno.

### 3.2 Análise Numérica

A partir do estudo preliminar, constatou-se que as cargas que as lajes analisadas normalmente estão submetidas é usualmente de  $1 \text{ kN/m}^2$  para a carga permanente de revestimento e de  $1,5 \text{ kN/m}^2$  para a carga acidental, além do peso próprio, seguindo as instruções da norma ABNT NBR 6120 (2019). Esta carga inicial foi adotada no modelo do projeto. A partir da configuração de abertura na laje, foram realizadas variações na posição da abertura em relação ao pilar mais próximo, assim como variações nas solicitações a fim de obter um maior entendimento de como estas variações atuam no procedimento de cálculo da armadura de combate à punção.

Foi utilizado o *software* TQS para realizar a modelagem das estruturas que serviram como fonte de dados para a análise paramétrica. Com a variação de diferentes parâmetros nestes modelos foi possível realizar análises e determinar de que forma estes parâmetros influenciam o fenômeno da punção. Estes parâmetros são: a posição da abertura da laje em relação ao pilar, a espessura da laje, a resistência à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) e o carregamento distribuído nas lajes.

O intuito da modelagem computacional da edificação é fornecer agilidade na obtenção de valores de forças cortantes e de momentos fletores, a partir de variações em diversos parâmetros.

Para começar a análise numérica, foi realizado um modelo inicial da edificação fictícia a ser estudada. A partir da variação de parâmetros deste modelo original é possível realizar uma análise para determinar como estes influenciam o fenômeno da punção

Para iniciar a modelagem é necessário definir qual é o tipo de modelo da edificação, o modelo IV ou o modelo VI. No modelo IV, a edificação é modelada por um pórtico espacial composto por barras, que simulam os pilares e vigas com o efeito de diafragma rígido das lajes já incorporado, mais os modelos dos pavimentos, onde nas lajes só são considerados os efeitos das ações verticais. No modelo VI, a edificação é modelada com o uso de um pórtico espacial com elementos que representam as vigas, pilares e lajes da estrutura, de forma que todos os elementos estruturais respondem às ações verticais e horizontais. Desta forma, as lajes reagem

às solicitações do vento, o que não ocorre no modelo IV. Neste projeto foi determinado que o modelo IV foi o escolhido, pois, além dele apresentar um processamento mais rápido que o modelo VI, a estrutura aqui analisada não sofre efeitos significativos devido à ação do vento por conta de seus parâmetros geométricos.

A estrutura é composta por uma fundação, do tipo sapata, e três pavimentos tipo com lajes de 16 cm de espessura, valor mínimo permitido pela norma ABNT NBR 6118 (2014). A classe de agressividade ambiental na qual a edificação está enquadrada é a do tipo II – Moderada – Urbana e o concreto utilizado para todos os elementos estruturais é da classe C25, de menor resistência permitido para esta classe de agressividade ambiental segundo a norma ABNT NBR 6118 (2014). Os cobrimentos também são os mínimos permitidos por norma, sendo 2,5 cm para as lajes e 3 cm para os demais elementos estruturais. A figura 25 representa um corte esquemático da edificação descrita.

**Figura 25 – Corte esquemático do modelo**

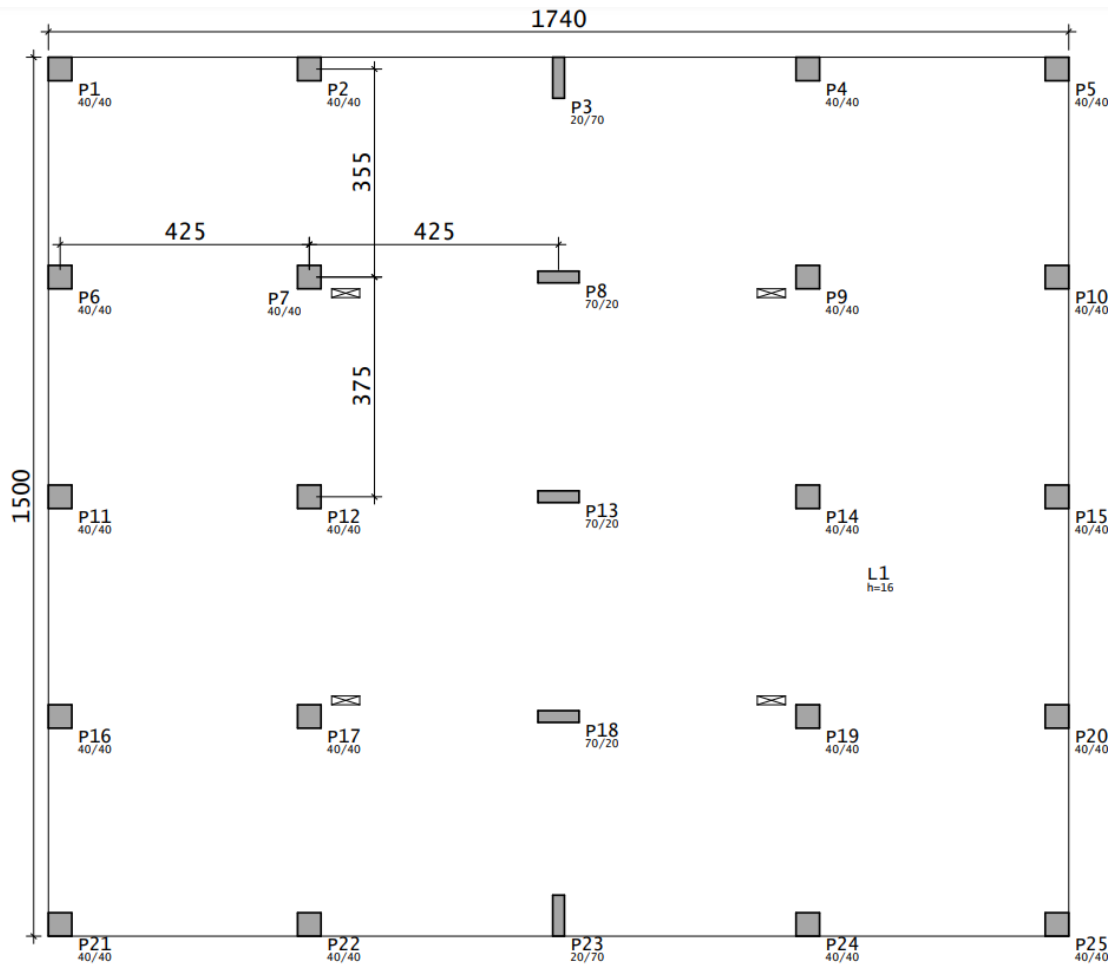


Fonte: Do autor, 2022.

A edificação apresenta 25 pilares, sendo que todos nascem na fundação e morrem no último pavimento, e não possui vigas. Esta apresenta quatro aberturas nas lajes de cada um dos pavimentos tipo, exceto o último, que estão próximas dos pilares P7, P9, P17 e P19 e apresentam dimensões de 48 cm x 15 cm, cuja localização é apresentada com mais detalhes na figura 25.

A edificação possui dimensões externas, em planta, de 17,40 m por 15,00 m. Sua cota máxima está localizada a 5,60 m acima do nível do terreno, sendo seu pé-direito estrutural de 2,80 m. A fundação está localizada a 1,50 m abaixo do nível do terreno. Quando vista em planta, a edificação apresenta dois eixos de simetria, um horizontal e outro vertical passando pelo seu centro. A figura 26 apresenta a planta baixa do segundo pavimento.

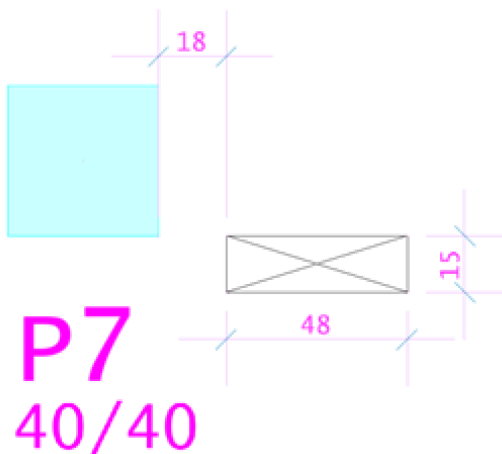
Figura 26 – Planta baixa do segundo pavimento



Fonte: Do autor, 2022.

A figura 27 apresenta um detalhe aproximado da abertura da laje próxima ao pilar P7 com suas respectivas dimensões.

Figura 27 – Detalhe da abertura próxima ao pilar P7 (cotas em centímetros)



Fonte: Do autor, 2022.



Inicialmente, foi atribuído um carregamento  $1,0 \text{ kN/m}^2$  correspondente ao carregamento permanente de revestimento e  $1,5 \text{ kN/m}^2$  para o carregamento acidental, referente ao carregamento de sala/cozinha/dormitório sugerido pela norma ABNT NBR 6120 (2019), além do carregamento de peso próprio para as lajes dos três pavimentos tipo. Posteriormente estes valores foram modificados para realizar a análise paramétrica.

A tabela 1 correlaciona os parâmetros a serem analisados e os valores que assumirão para a realização da análise paramétrica. As análises serão feitas para a região da laje no entorno do pilar P7.

**Tabela 1 – Relação de parâmetros analisados e seus valores**

<b>Parâmetro</b>	<b>Valores</b>	<b>Intervalos</b>
R ( $D_f/2d$ )	0 a 1	0,1
Espessura da laje (h)	16 a 24 cm	2 cm
Resistência à compressão do concreto ( $f_{ck}$ )	25 a 45 MPa	5 MPa
Carregamento distribuído (q)	Peso próprio + (2,5; 3,5 e 5,5) $\text{kN/m}^2$	-

**Fonte: Do autor, 2022.**

## 4. Resultados

### 4.1 Estudo Preliminar

Por meio do *software* Excel, desenvolveu-se uma planilha digital para tornar mais ágil o processo de cálculo das tensões e armaduras relacionadas ao fenômeno da punção. A figura 28 apresenta a interface dessa planilha.

Figura 28 – Planilha para o cálculo

Dados de projeto			
fck	35	MPa	
Cobrimento	2,0	cm	
H laje	18	cm	
Força normal	350	kN	
Momento fletor	0	kNm	
C1	0,19	m	
C2	0,79	m	
u	1,96	m	
u' (abertura)	3,60	m	
u'' (abertura)	5,23	m	
u'	3,78	m	
u''	5,48	m	

Arm. Flexão	Bitola	Espaçamento	Armadura (cm <sup>2</sup> /m)
As x (pos)	8	20	2,5
As x (neg)	16	12	16,8
As y (pos)	8	20	2,5
As y (neg)	12,5	8	15,3

dx		cm
dx	15,2	cm
dy	13,8	cm
d	14,5	cm
px	0,01102	
py	0,01114	
p	0,01108	
K	0,375	
Wp	0,168	m <sup>2</sup>
Wp'	1,135	m <sup>2</sup>
Wp''	2,640	m <sup>2</sup>
Wp' (abertura)	1,108	m <sup>2</sup>
Wp'' (abertura)	2,588	m <sup>2</sup>

Estribos CA-50	
fywd (MPa)	277,75
Bitola (mm)	8

Considerando a abertura		
Contorno C: Tensão Resistente de Compressão Diagonal		
τRd2	5805	kN/m <sup>2</sup>
τSd	1726	kN/m <sup>2</sup>
τRd2>τSd	Sim	-

Contorno C' sem armadura de punção		
τRd1	0,880	MPa
τSd'	0,940	MPa
τRd1>τSd'	Não	Necessita de armadura

Contorno C' com armadura de punção		
Asw/Sr	0,227	cm <sup>2</sup> /cm
Asw/Sr min	0,406	cm <sup>2</sup> /cm
Distância ao 1º ramo	7	cm
Sr	10	cm
Armadura contida em	29,0	cm
Asw	2,27	cm <sup>2</sup> /contorno
nº ramos/contorno	5	ramos/contorno
p	0,27	m

Verificação do contorno C''		
τRd1	0,880	MPa
τSd''	0,647	MPa
τRd1>τSd''	Sim	OK

Desconsiderando a abertura		
Contorno C: Tensão Resistente de Compressão Diagonal		
τRd2	5805	kN/m <sup>2</sup>
τSd	1726	kN/m <sup>2</sup>
τRd2>τSd	Sim	-

Contorno C' sem armadura de punção		
τRd1	0,880	MPa
τSd'	0,895	MPa
τRd1>τSd'	Não	Necessita de armadura

Contorno C' com armadura de punção		
Asw/Sr	0,198	cm <sup>2</sup> /cm
Asw/Sr min	0,406	cm <sup>2</sup> /cm
Distância ao 1º ramo	7	cm
Sr	10	cm
Armadura contida em	29,0	cm
Asw	1,98	cm <sup>2</sup> /contorno
nº ramos/contorno	4	ramos/contorno
p	0,27	m

Verificação do contorno C''		
τRd1	0,880	MPa
τSd''	0,618	MPa
τRd1>τSd''	Sim	OK

Fonte: Do autor, 2022.

Os valores inseridos na planilha e expostos na figura 28 estão relacionados à situação do projeto estrutural que deu origem ao modelo da figura 24. Para o correto funcionamento desta planilha, os dados de entrada necessários são os seguintes: a resistência a compressão do concreto ( $f_{ck}$ ); o cobrimento da laje; a espessura da laje ( $h$ ); a força solicitante normal característica; o momento fletor característico, as dimensões do pilar ( $C_1$  e  $C_2$ ); o perímetro da superfície crítica C' considerando a abertura na laje ( $u'_{abertura}$ ); o perímetro da superfície crítica C'' considerando a abertura na laje ( $u''_{abertura}$ ); a bitola e o espaçamento das armaduras longitudinais da laje; o parâmetro K; o módulo de resistência plástica da superfície crítica C' considerando a abertura na laje ( $W'_{p,abertura}$ ); o módulo de resistência plástica da superfície

crítica C'' considerando a abertura na laje ( $W''_{p,abertura}$ ); e a bitola adotada dos estribos de CA-50 que compõe a armadura de punção.

A partir destes dados de entrada, a planilha calcula automaticamente os seguintes valores: o perímetro das superfícies críticas C, C' e C'' desconsiderando a existência de abertura na laje (respectivamente  $u$ ,  $u'$  e  $u''$ ); as armaduras de punção da laje na unidade  $\text{cm}^2/\text{cm}$ ; a altura útil da laje nas direções  $x$  e  $y$  e a altura útil adotada (respectivamente  $d_x$ ,  $d_y$  e  $d$ ); as taxas geométricas de armadura de flexão nas direções  $x$  e  $y$  e a taxa geométrica de armadura de flexão adotada (respectivamente  $\rho_x$ ,  $\rho_y$  e  $\rho$ ); o módulo de resistência plástica das superfícies críticas C, C' e C'' desconsiderando a existência de abertura na laje (respectivamente  $W_p$ ,  $W'_p$  e  $W''_p$ ); e a resistência de cálculo da armadura de punção ( $f_{ywd}$ ).

Analisando a parte da planilha que calcula, de fato, as tensões e armaduras relacionadas ao fenômeno de punção, esta apresenta duas partes muito similares. A primeira delas, apresenta todos os cálculos considerando os parâmetros relativos à existência de abertura na laje, estes parâmetros são:  $u'_{abertura}$ ,  $u''_{abertura}$ ,  $W'_{p,abertura}$  e  $W''_{p,abertura}$ . A segunda planilha apresenta os mesmos cálculos, com a diferença de considerar os parâmetros que não levam em conta a existência da abertura na laje, estes parâmetros são:  $u'$ ,  $u''$ ,  $W'_p$  e  $W''_p$ .

A partir das informações fornecidas pelo usuário, a planilha calcula, com base nas expressões previstas pela norma ABNT NBR 6118 (2014) expostas no referencial teórico deste projeto, a tensão de cisalhamento resistente de cálculo para verificação da compressão diagonal do concreto na ligação laje-pilar ( $\tau_{Rd2}$ ); a tensão de cisalhamento solicitante de cálculo nos contornos críticos C, C' e C'' ( $\tau_{Sd}$ ); a tensão de cisalhamento resistente de cálculo para que uma laje possa prescindir de armadura transversal para resistir à força cortante ( $\tau_{Rd1}$ ); a área de armadura de punção calculada e mínima, ambas divididas pelo espaçamento radial entre as linhas de contorno de punção (respectivamente  $A_{sw}/s_r$  e  $A_{sw,mín}/s_r$ ); a distância do pilar ao primeiro ramo do estribo; o espaçamento radial ( $s_r$ ); o afastamento necessário que a armadura precisa ter com relação ao pilar; a área de armadura de punção calculada em  $\text{cm}^2/\text{contorno}$ ; e a quantidade de ramos de estribo por contorno. Além disso, a planilha verifica automaticamente as seguintes situações: se  $\tau_{Rd2}$  é maior que  $\tau_{Sd}$  no contorno crítico C, indicando se o concreto resiste ou não à compressão diagonal; se  $\tau_{Rd1}$  é maior que  $\tau_{Sd}$  no contorno crítico C', indicando se existe necessidade ou não de armadura de punção; se  $\tau_{Rd1}$  é maior que  $\tau_{Sd}$  no contorno crítico C'', indicando se existe necessidade ou não de aumentar o número de contornos da armadura de punção.

A seguir, é realizado um exemplo de cálculo para um melhor entendimento de como a planilha funciona, os dados de entrada serão os mesmos presentes na figura 28. Os cálculos serão realizados para a situação sem abertura na laje.

$$u = 2 \cdot (C_1 + C_2) = 2 \cdot (0,19 + 0,79) = 1,96 \text{ m} \quad (16)$$

$$A_{sx,neg} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{\phi_x}{10}\right)^2}{4 \cdot \frac{s}{100}} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{16}{10}\right)^2}{4 \cdot \frac{12}{100}} = 16,8 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (17)$$

$$A_{sy,neg} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{\phi_y}{10}\right)^2}{4 \cdot \frac{s}{100}} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{12,5}{10}\right)^2}{4 \cdot \frac{8}{100}} = 15,3 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (18)$$

$$d_x = h - cob - \frac{\phi_x}{20} = 18 - 2 - \frac{16}{20} = 15,2 \text{ cm} \quad (19)$$

$$d_y = h - cob - \frac{\phi_x}{10} - \frac{\phi_y}{20} = 18 - 2 - \frac{16}{10} - \frac{12,5}{20} = 13,8 \text{ cm} \quad (20)$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} = \frac{15,2 + 13,8}{2} = 14,5 \text{ cm} \quad (21)$$

$$u' = u + 4\pi \cdot \frac{d}{100} = 1,96 + 4\pi \cdot \frac{14,5}{100} = 3,78 \text{ m} \quad (22)$$

$$\rho_x = \frac{A_{sx,neg}}{100 \cdot d_x} = \frac{16,8}{100 \cdot 15,2} = 0,01102 \quad (23)$$

$$\rho_y = \frac{A_{sy,neg}}{100 \cdot d_y} = \frac{15,3}{100 \cdot 13,8} = 0,01114 \quad (24)$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = \sqrt{0,01102 \cdot 0,01114} = 0,01108 \quad (25)$$

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 = \frac{0,19^2}{2} + 0,19 \cdot 0,79 = 0,168 \text{ m}^2 \quad (26)$$

$$\begin{aligned} W_p' &= W_p + 4 \cdot C_2 \cdot \frac{d}{100} + 16 \cdot \left(\frac{d}{100}\right)^2 + 2 \cdot \pi \cdot \frac{d}{100} \cdot C_1 \\ &= 0,168 + 4 \cdot 0,79 \cdot \frac{14,5}{100} + 16 \cdot \left(\frac{14,5}{100}\right)^2 + 2 \cdot \pi \cdot \frac{14,5}{100} \cdot 0,19 \\ &= 1,135 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (27)$$

$$f_{ywd} = 435 - 9,25(35 - h) = 435 - 9,25(35 - 18) = 277,75 \text{ MPa} \quad (28)$$

De acordo com as fórmulas 10 e 11:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{35}{250}\right) \cdot \frac{35 \cdot 1000}{1,4} = 5805 \text{ kN/m}^2 \quad (29)$$

De acordo com a fórmula 1:

$$\tau_{Sd} = \frac{350 \cdot 1,4}{1,96 \cdot \frac{14,5}{100}} = 1726 \text{ kN/m}^2 \quad (30)$$

De acordo com a fórmula 12:

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot (2) \cdot (100 \cdot 0,01108 \cdot 35)^{1/3} = 0,880 \text{ MPa} \quad (31)$$

$$\tau_{Sd}' = \frac{350 \cdot 1,4}{3,78 \cdot \frac{14,5}{100}} \cdot \frac{1}{1000} = 0,895 \text{ kN/m}^2 \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{sw}}{s_r} &= \frac{\tau_{Sd}' - 0,1 \cdot (2) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3}}{\frac{1,5 \cdot f_{ywd}}{u' \cdot 100}} = \frac{0,895 - 0,1 \cdot (2) \cdot (100 \cdot 0,01108 \cdot 35)^{1/3}}{\frac{1,5 \cdot 277,75}{3,78 \cdot 100}} \\ &= 0,198 \text{ cm}^2/\text{cm} \end{aligned} \quad (33)$$

A partir da determinação das dimensões dos estribos que compõem a armadura de combate a punção, obteve-se um parâmetro  $p$  igual a 0,27 m. Com isto, tem-se que:

$$u'' = u' + 2\pi \cdot p = 3,78 + 2\pi \cdot 0,27 = 5,48 \text{ m} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} W_p'' &= W_p' + 2 \cdot C_2 \cdot p + 16 \cdot \frac{d}{100} \cdot p + 4 \cdot p^2 + \pi \cdot C_1 \cdot p \\ &= 1,135 + 2 \cdot 0,79 \cdot 0,27 + 16 \cdot \frac{14,5}{100} \cdot 0,27 + 4 \cdot 0,27^2 + \pi \cdot 0,19 \cdot 0,27 \\ &= 2,640 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (35)$$

$$\tau_{Sd}'' = \frac{350 \cdot 1,4}{5,48 \cdot \frac{14,5}{100}} \cdot \frac{1}{1000} = 0,618 \text{ kN/m}^2 \quad (36)$$

Para realizar a montagem das tabelas do estudo preliminar, foi calculado que a área de influência do pilar alvo do estudo era equivalente a 50 m<sup>2</sup>. A partir deste valor utilizaram-se três padrões de carregamento: 7,0 kN/m<sup>2</sup>; 8,0 kN/m<sup>2</sup> e 10 kN/m<sup>2</sup>, resultados da soma do carregamento de peso próprio com as sobrecargas de 2,5 kN/m<sup>2</sup> de edificações residenciais, 3,5

kN/m<sup>2</sup> de escritórios e de 5,5 kN/m<sup>2</sup>, que representa uma carga factível para edificações do tipo comercial/escritório adotada neste projeto. Estes três carregamentos geram no pilar solicitações verticais de 350 kN, 400 kN e 500 kN, respectivamente. Combinaram-se estes três carregamentos distintos com as situações da abertura na laje variando de  $R = 0$  até  $R = 1$ , como explicado na seção 3.1 da Metodologia, além de também incluir a situação de projeto, em que  $R = 0,62$ . Combinando as variáveis do carregamento e de  $R$ , analisaram-se as tensões no contorno crítico C' e C'' e ainda a armadura de punção calculada, sem considerar a armadura de punção mínima.

A seguir encontra-se uma tabela com os valores da análise para a carga vertical de 350 kN.

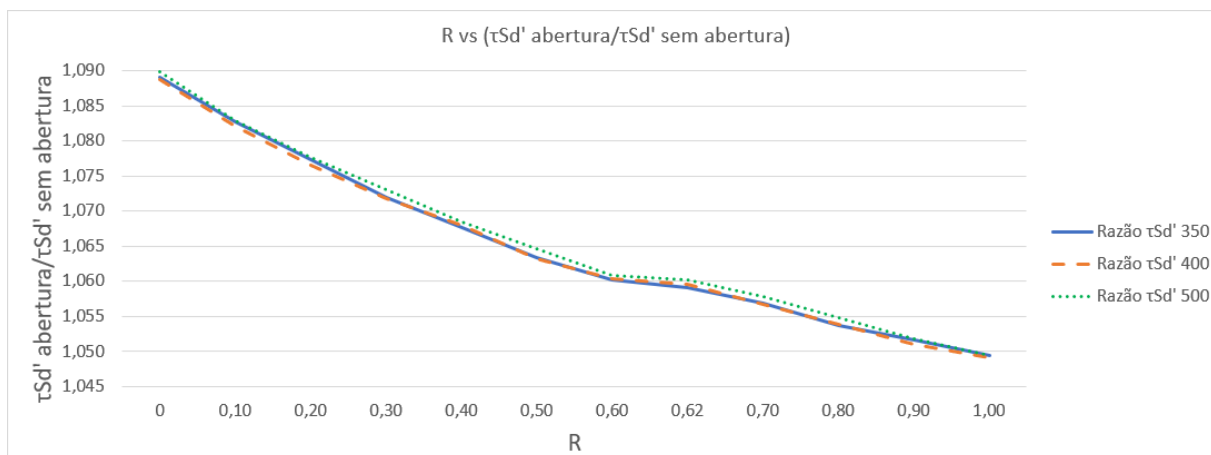
**Tabela 2 – Análise paramétrica do estudo preliminar para carga vertical de 350 kN**

Carga Vertical de 350 kN											
		Contorno C'						Contorno C''			
Df	2D	R = Df/2D	$\tau_{sd}'$ abertura	$\tau_{sd}'$ s/ abertura	Razão $\tau_{sd}'$ 350	Asw/Sr abertura	Asw/Sr s/ abertura	Razão Asw 350	$\tau_{sd}''$ abertura	$\tau_{sd}''$ s/ abertura	Razão $\tau_{sd}''$ 350
0,0 cm	29 cm	0	1,014 MPa	0,931 MPa	1,089	0,281 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,216	0,686 MPa	0,633 MPa	1,084
2,9 cm	29 cm	0,10	1,008 MPa	0,931 MPa	1,083	0,278 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,203	0,683 MPa	0,633 MPa	1,079
5,8 cm	29 cm	0,20	1,003 MPa	0,931 MPa	1,077	0,275 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,190	0,680 MPa	0,633 MPa	1,074
8,7 cm	29 cm	0,30	0,998 MPa	0,931 MPa	1,072	0,272 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,177	0,677 MPa	0,633 MPa	1,070
11,6 cm	29 cm	0,40	0,994 MPa	0,931 MPa	1,068	0,270 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,169	0,674 MPa	0,633 MPa	1,065
14,5 cm	29 cm	0,50	0,990 MPa	0,931 MPa	1,063	0,268 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,160	0,672 MPa	0,633 MPa	1,062
17,4 cm	29 cm	0,60	0,987 MPa	0,931 MPa	1,060	0,266 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,152	0,670 MPa	0,633 MPa	1,058
18,0 cm	29 cm	0,62	0,986 MPa	0,931 MPa	1,059	0,265 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,147	0,669 MPa	0,633 MPa	1,057
20,3 cm	29 cm	0,70	0,984 MPa	0,931 MPa	1,057	0,264 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,143	0,668 MPa	0,633 MPa	1,055
23,2 cm	29 cm	0,80	0,981 MPa	0,931 MPa	1,054	0,263 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,139	0,666 MPa	0,633 MPa	1,052
26,1 cm	29 cm	0,90	0,979 MPa	0,931 MPa	1,052	0,261 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,130	0,665 MPa	0,633 MPa	1,051
29,0 cm	29 cm	1,00	0,977 MPa	0,931 MPa	1,049	0,260 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,126	0,663 MPa	0,633 MPa	1,047

Fonte: Do autor, 2022.

As demais tabelas construídas, análogas à tabela 2, para os casos de cargas verticais de 400 kN e de 500 kN, encontram-se no Apêndice A, ao final deste trabalho. A partir da construção dessas tabelas, foi possível construir gráficos para avaliar os conjuntos de dados gerados. A figura 29 representa o gráfico que correlaciona  $R$  com a razão entre  $\tau_{sd}'$  com abertura e  $\tau_{sd}'$  sem abertura.

**Figura 29 – Gráfico R vs  $\tau_{sd}'$  abertura/ $\tau_{sd}'$  sem abertura**



Fonte: Do autor, 2022.

Através da análise do gráfico da figura 29 e das tabelas do Apêndice A, pode-se notar que não há diferenças marcantes entre as razões de tensões solicitantes no contorno crítico  $C'$  quando analisadas entre os diferentes níveis de carregamento, uma vez que as três curvas se comportam de maneira muito semelhante. Apesar de carregamentos maiores gerarem solicitações mais elevadas, a relação entre a situação com abertura e a situação sem a abertura na laje se comportou de maneira praticamente idêntica entre os carregamentos propostos.

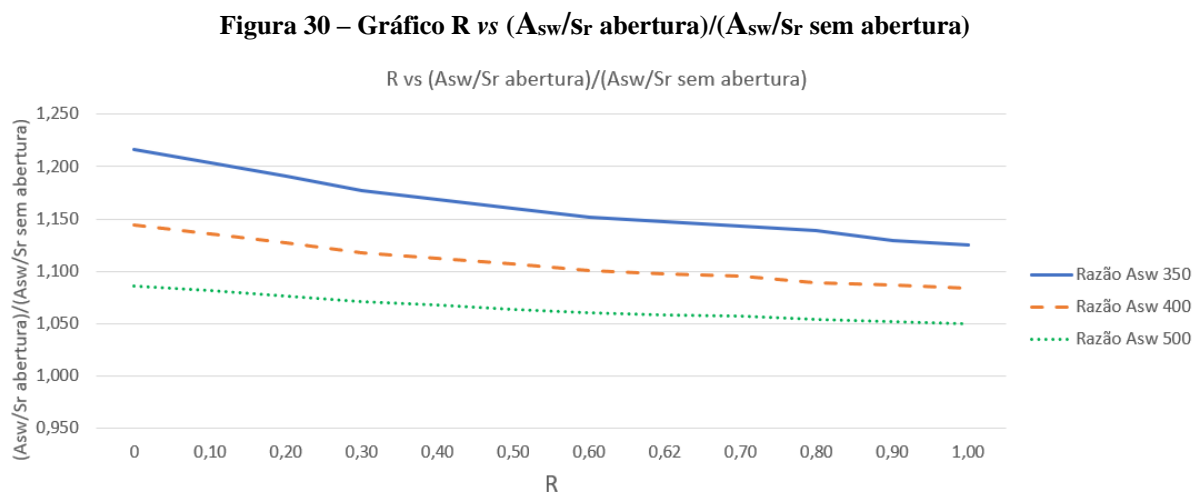
Como esperado, com o afastamento da abertura na laje em relação ao pilar, ocorre a diminuição da razão de tensões no contorno  $C'$ , uma vez que  $\tau_{sd}'$  com abertura diminui e  $\tau_{sd}'$  sem abertura é constante. Isto pode ser explicado pelo fato de que com o afastamento da abertura um maior volume de concreto é capaz de resistir às solicitações impostas, de forma que a tensão diminui.

Observa-se do gráfico representado na figura 29 que, na situação em que R vale zero, a tensão solicitante no contorno  $C'$  para a situação com abertura apresenta valor máximo, equivalente a um acréscimo de aproximadamente 9,0% da situação em que não há abertura na laje. Os valores da razão de tensões decrescem de forma aproximadamente linear até o limite analisado de R igual a 1, onde a tensão solicitante para a situação com abertura apresenta um valor equivalente a um acréscimo de aproximadamente 5,0% da situação em que não há abertura na laje.

A recomendação da norma ABNT NBR 6118 (2014) é de que sejam consideradas aberturas na laje que estejam a uma distância de até  $8d$  do pilar, porém, extrapolando os resultados aqui obtidos é razoável considerar que o comportamento da razão de tensões no

contorno C' continue decrescendo de forma aproximadamente linear até chegar ao limite de 1, indicando a convergência entre as situações com e sem a abertura na laje.

A figura 30 representa o gráfico que correlaciona R com a razão entre  $A_{sw}/s_r$  com abertura na laje e  $A_{sw}/s_r$  sem abertura na laje.



Fonte: Do autor, 2022.

Da análise do gráfico da figura 30 e das tabelas, pode-se notar que existem diferenças significativas entre as razões de armadura quando analisadas entre os diferentes níveis de carregamento, uma vez que é possível observar as três curvas separadamente. Apesar de carregamentos maiores gerarem solicitações maiores e, com isso, armaduras mais elevadas, a razão entre a situação com abertura e a situação sem a abertura na laje foi mais elevada quando o carregamento foi menor. Isto pode ser explicado pelo fato de que, na situação em que o carregamento distribuído é baixo, é necessário de pouca armadura. Com isto, a variação acarretada pela presença de uma abertura na laje próxima ao pilar se torna ainda mais significativa.

Com o afastamento da abertura na laje em relação ao pilar, ocorre também a diminuição da razão de armaduras, uma vez que  $A_{sw}/s_r$  com abertura diminui e  $A_{sw}/s_r$  sem abertura é constante. Este resultado era esperado e pode ser explicado pelo fato de que com o afastamento da abertura um maior volume de concreto é capaz de resistir às solicitações impostas, de forma que a tensão diminui, mesma explicação usada para a diminuição das tensões solicitantes no contorno C'.

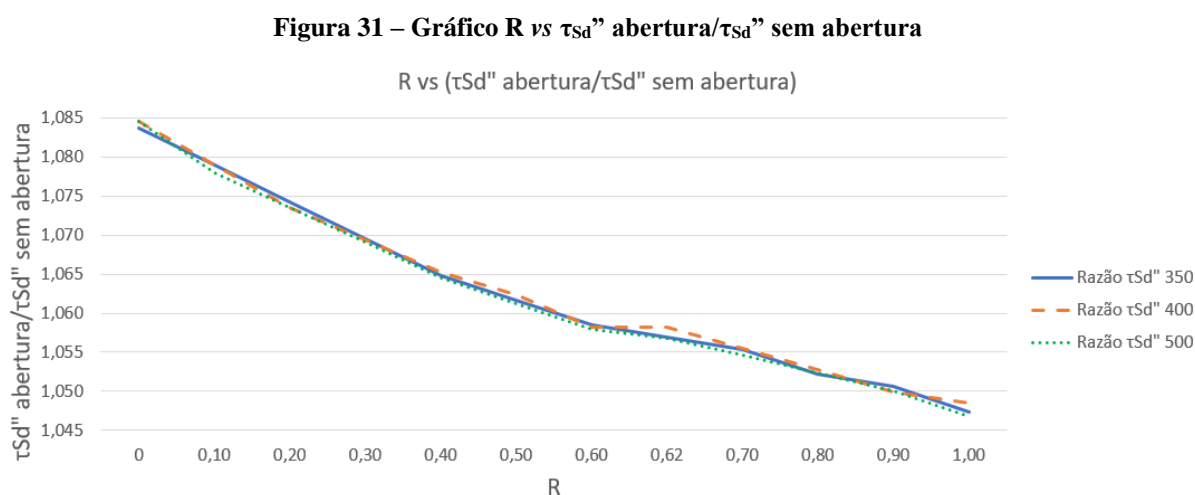
É possível observar no gráfico apresentado na figura 30, que na situação em que R vale zero a armadura para a situação com abertura apresenta valor máximo em todos os níveis de



carregamentos propostos. Para a carga vertical de 350 kN equivale a um acréscimo de aproximadamente 22% da situação em que não há abertura na laje, para a carga de 400 kN equivale a um acréscimo de aproximadamente 14% e, por fim, para a carga de 500 kN este aumento é de aproximadamente 9%. Os valores da razão de armaduras decrescem de forma aproximadamente linear em todas as curvas analisadas até o limite analisado de R igual a 1, onde a armadura para a situação com abertura apresenta um valor equivalente a um acréscimo de aproximadamente 13% da situação em que não há abertura na laje para a carga vertical de 350 kN, os aumentos correspondentes para as situações de carga vertical de 400 kN e 500 kN são de 8% e 5%, respectivamente.

É razoável considerar que, extrapolando os dados, conforme o valor de R suba, a tendência é de que a razão de armaduras decresça até o limite de 1, indicando a convergência entre as situações com e sem a abertura na laje.

A figura 31 representa o gráfico que correlaciona R com a razão entre  $\tau_{sd}''$  com abertura e  $\tau_{sd}''$  sem abertura.



Fonte: Do autor, 2022.

Da análise do gráfico da figura 31 e das tabelas, pode-se notar que não há diferenças marcantes entre as razões de tensões solicitantes na superfície crítica C'' quando analisadas entre os diferentes níveis de carregamento propostos, uma vez que as três curvas se comportam de maneira muito semelhante, o que também é observado para as tensões solicitantes no contorno crítico C'. Mesmo com carregamentos maiores gerando solicitações mais elevadas, a relação entre a situação com abertura e a situação sem a abertura na laje se comportou de maneira praticamente igual entre os carregamentos.

Com o afastamento da abertura na laje em relação ao pilar, ocorre a diminuição da razão de tensões no contorno C'', uma vez que  $\tau_{sd}''$  com abertura diminui e  $\tau_{sd}''$  sem abertura permanece constante. Este fato pode ser explicado da mesma forma que na análise das tensões solicitante do contorno crítico C', ou seja, com o afastamento da abertura um maior volume de concreto é capaz de resistir às solicitações impostas, desta forma a tensão é reduzida.

Observa-se, através do gráfico representado na figura 31, que na situação em que R vale zero a tensão solicitante no contorno C'' para a situação com abertura apresenta valor máximo, equivalente a um acréscimo de aproximadamente 8,5% em relação à situação em que não há abertura na laje. Os valores da razão de tensões decrescem de forma aproximadamente linear até o limite analisado de R igual a 1, onde a tensão solicitante para a situação com abertura apresenta um valor equivalente a um acréscimo de aproximadamente 4,7% da situação em que não há abertura na laje.

É razoável considerar aqui também que, extrapolando os dados, conforme o valor de R suba, a tendência é de que a razão de tensões no contorno C'' diminua até o limite de 1, indicando a convergência entre as situações com e sem a abertura na laje.

## **4.2 Análise Numérica**

### **4.2.1 Análise da Posição da Abertura**

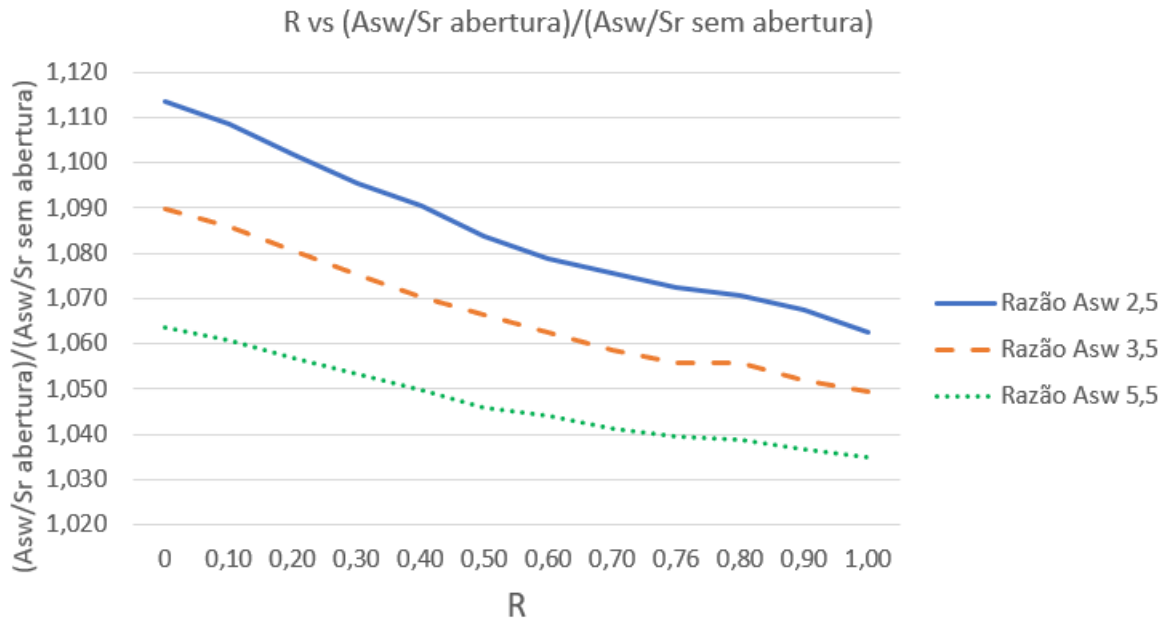
Utilizando a planilha desenvolvida no estudo preliminar, procedeu-se a montagem de gráficos e tabelas para avaliar a influência da posição relativa da abertura na armadura de combate a punção para o modelo de edificação proposto. Para todos os casos avaliados nessa sessão, o valor de resistência à compressão do concreto era de 25 MPa e a espessura da laje era de 16 cm, a influência dessas duas variáveis é analisada em sessões posteriores.

Foi avaliada a influência da posição da abertura com o parâmetro R variando de 0 a 1, tomando valores a cada intervalo de 0,1. Também foi avaliada a situação com a posição original do furo, onde R vale aproximadamente 0,76. Para todos os casos foram analisadas as situações com três padrões de carregamento distintos, sendo eles o valor de peso próprio da laje acrescido de 2,5 kN/m<sup>2</sup>, 3,5 kN/m<sup>2</sup> e 5,5 kN/m<sup>2</sup>. Assim como no estudo preliminar, foi avaliada a armadura através da razão entre a situação com a abertura na laje e a situação sem a abertura na laje.

Todas as tabelas geradas, utilizadas para montar o gráfico a seguir, encontram-se no Apêndice B. As cargas extraídas do modelo e utilizadas na planilha para a obtenção dos valores

de armadura encontram-se no Apêndice C. A figura 32 apresenta o gráfico que correlaciona R com a razão entre  $A_{sw}/s_r$  com abertura na laje e  $A_{sw}/s_r$  sem abertura na laje.

**Figura 32 – Gráfico R vs  $(A_{sw}/s_r \text{ abertura})/(A_{sw}/s_r \text{ sem abertura})$  da Análise Numérica**



Fonte: Do autor, 2022.

Por meio da análise do gráfico da figura 32 e das tabelas do Apêndice B, pode-se notar que existem diferenças significativas entre as razões de armadura quando analisadas entre os diferentes níveis de carregamento, uma vez que é possível observar as três curvas separadamente, assim como ocorreu no estudo preliminar, indicando consistência dos resultados.

Com o afastamento relativo da abertura na laje, ocorre também a diminuição da razão de armaduras, uma vez que  $A_{sw}/s_r$  com abertura diminui e  $A_{sw}/s_r$  sem abertura sempre apresenta o mesmo valor. Este resultado era o esperado e sua explicação é a mesma apresentada no estudo preliminar.

É possível observar, através do gráfico apresentado na figura 32, que, na situação em que R vale zero, a armadura para a situação com abertura apresenta valor máximo em todos os níveis de carregamentos propostos. Para a sobrecarga de 2,5 kN/m<sup>2</sup> equivale a um acréscimo de aproximadamente 11,3% da situação em que não há abertura na laje, para a sobrecarga de 3,5 kN/m<sup>2</sup> equivale a um acréscimo de aproximadamente 9,0% e, por fim, para a sobrecarga de 5,5 kN/m<sup>2</sup> este aumento é de aproximadamente 6,3%. Os valores da razão de armaduras

decrecem de forma aproximadamente linear em todas as curvas analisadas até o limite analisado de  $R$  igual a 1, onde a armadura para a situação com abertura apresenta um valor equivalente a um acréscimo de aproximadamente 6,3% da situação em que não há abertura na laje para a sobrecarga vertical de 2,5 kN/m<sup>2</sup>, os aumentos correspondentes para as situações de sobrecarga vertical de 3,5 kN/m<sup>2</sup> e 5,5 kN/m<sup>2</sup> são de 4,9% e 3,5%, respectivamente.

É razoável considerar que, assim como foi feito no estudo preliminar, extrapolando os dados, conforme o valor de  $R$  aumente, a tendência é de que a razão de armaduras diminua até o valor limite de 1, indicando que há convergência entre as situações com e sem a abertura na laje.

#### **4.2.2 Análise da Espessura da Laje**

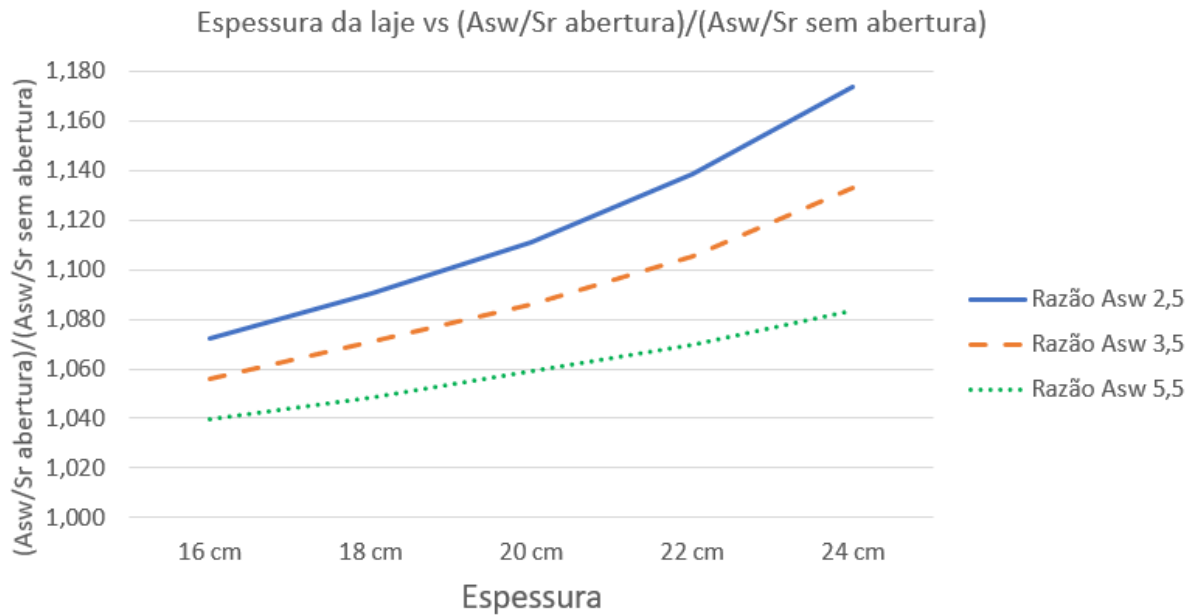
Para todos os casos avaliados na presente sessão, o valor de resistência à compressão do concreto era constante e igual a 25 MPa e a posição da abertura da laje em relação ao pilar apresentava um  $d_f$  de 18 cm, as influências dessas duas outras variáveis são analisadas em sessões distintas.

Foi avaliada a influência da espessura da laje com valores partindo de 16 cm até 24 cm, sendo medida a influência em intervalos de 2 cm. Para todos os casos foram analisadas as situações com três padrões de carregamento distintos, sendo eles o valor de peso próprio da laje acrescido de 2,5 kN/m<sup>2</sup>, 3,5 kN/m<sup>2</sup> e 5,5 kN/m<sup>2</sup>. Foi avaliada a armadura através da razão entre a situação com a abertura na laje e a situação sem a abertura na laje.

Todas as tabelas construídas e utilizadas para montar o gráfico a seguir, encontram-se ao final deste projeto, no Apêndice B. As cargas extraídas do modelo e utilizadas na planilha para a obtenção dos valores de armadura encontram-se no Apêndice C.

A figura 33 apresenta o gráfico que correlaciona a espessura da laje com a razão entre  $A_{sw}/s_r$  com abertura na laje e  $A_{sw}/s_r$  sem abertura na laje.

**Figura 33 – Gráfico Espessura da laje vs  $(A_{sw}/S_r \text{ abertura})/(A_{sw}/S_r \text{ sem abertura})$  da Análise Numérica**



Fonte: Do autor, 2022.

Através da análise do gráfico da figura 33 e das tabelas do Apêndice B, pode-se notar que existem diferenças significativas entre as razões de armadura quando analisadas entre os diferentes níveis de carregamento, uma vez que é possível observar as três curvas separadamente. Observa-se também que os valores da razão de armaduras sempre foram superiores para o menor carregamento imposto nas lajes. Isto pode ser explicado da mesma forma que na análise da posição da abertura na laje realizada no estudo preliminar, isto é, na situação em que o carregamento distribuído é baixo, é necessário de pouca armadura, com isto, a variação acarretada pela presença de uma abertura na laje próxima ao pilar se torna ainda mais significativa.

Ainda analisando o gráfico da figura 33, é possível observar um crescimento exponencial das três curvas de razão de armaduras com o aumento da espessura da laje. Na situação em que a espessura da laje é de 16 cm, a armadura para a situação sem abertura na laje sofre um acréscimo de 7,2%, 5,6% e 4,0% para as sobrecargas de 2,5 kN/m<sup>2</sup>, 3,5 kN/m<sup>2</sup> e 5,5 kN/m<sup>2</sup>, respectivamente. Na situação em que a espessura da laje é de 24 cm, a armadura para a situação sem abertura na laje sofre um acréscimo de 17,4%, 13,3% e 8,3% para as sobrecargas de 2,5 kN/m<sup>2</sup>, 3,5 kN/m<sup>2</sup> e 5,5 kN/m<sup>2</sup>, respectivamente.

Observa-se através das tabelas do Apêndice B e do Apêndice C, que apesar de as cargas aumentarem conforme a espessura da laje aumenta, por conta do esperado aumento do peso próprio, as armaduras de combate a punção caminham na direção oposta, decrescendo. Isto

pode ser explicado pois, com o aumento da espessura da laje, há um maior volume de concreto resistindo às solicitações impostas.

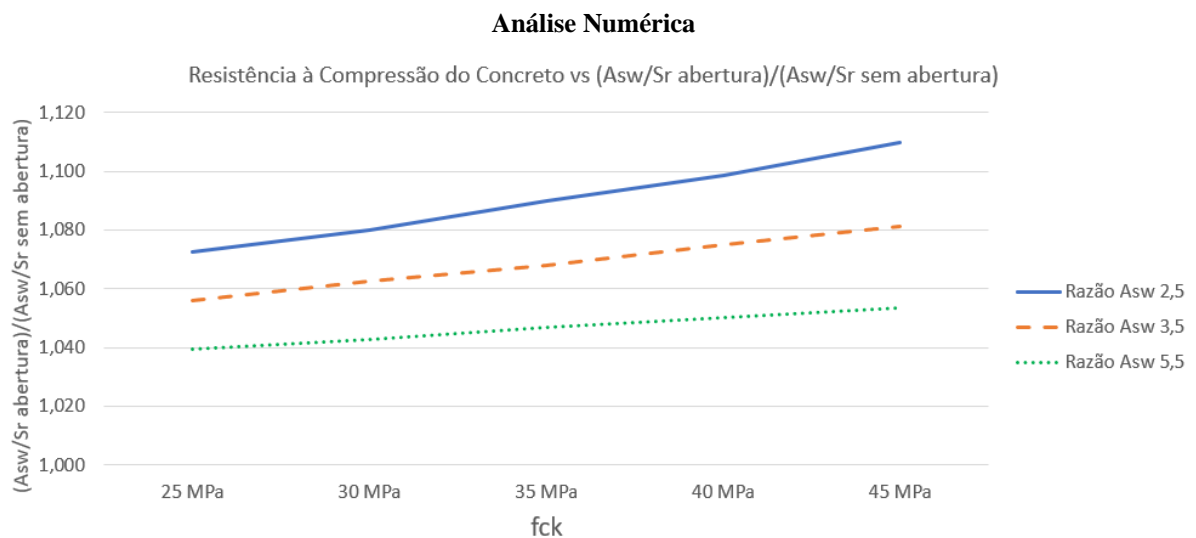
### 4.2.3 Análise da Resistência do Concreto à Compressão

Para todos os casos avaliados na presente sessão, o valor da espessura da laje era constante e igual a 16 cm e a posição da abertura da laje em relação ao pilar apresentava um  $d_f$  de 18 cm, as influências dessas duas outras variáveis são analisadas duas sessões anteriores.

Foi avaliada a influência da resistência do concreto à compressão com valores partindo de 25 MPa até 45 MPa, em intervalos de 5 MPa. Para todos os casos foram analisadas as situações com três padrões de carregamento distintos, sendo eles o valor de peso próprio da laje acrescido de 2,5 kN/m<sup>2</sup>, 3,5 kN/m<sup>2</sup> e 5,5 kN/m<sup>2</sup>. Foi avaliada a armadura através da razão entre a situação com a abertura na laje e a situação sem a abertura na laje.

Todas as tabelas construídas e utilizadas para montar o gráfico a seguir, encontram-se no Apêndice B. As cargas extraídas do modelo do TQS e utilizadas na planilha para a obtenção dos valores de armadura encontram-se no Apêndice C. A imagem a seguir apresenta o gráfico que correlaciona a resistência à compressão do concreto com a razão entre  $A_{sw}/s_r$  com abertura na laje e  $A_{sw}/s_r$  sem abertura na laje.

**Figura 34 – Gráfico Resistência à Compressão do Concreto vs  $(A_{sw}/s_r \text{ abertura})/(A_{sw}/s_r \text{ sem abertura})$  da**



Fonte: Do autor, 2022.

Analisando o gráfico da figura 34 e as tabelas do Apêndice B, pode-se notar que existem diferenças significativas entre as razões de armadura quando analisadas entre os diferentes níveis de carregamento, uma vez que é possível observar as três curvas separadamente. É possível observar que os valores da razão de armaduras sempre foram superiores para o menor carregamento imposto nas lajes. Isto pode ser explicado da mesma forma que na análise da posição da abertura na laje realizada no estudo preliminar, ou seja, na situação em que o carregamento distribuído é menor, é preciso de pouca armadura, com isto, a variação gerada pela presença de uma abertura na laje próxima ao pilar se torna ainda mais significativa.

Observando o gráfico, ainda é possível verificar um crescimento praticamente linear das três curvas de razão de armaduras com o aumento do  $f_{ck}$ . Na situação em que o  $f_{ck}$  é de 25 MPa, a armadura para a situação sem abertura na laje sofre um acréscimo de 7,2%, 5,6% e 4,0% para as sobrecargas de 2,5 kN/m<sup>2</sup>, 3,5 kN/m<sup>2</sup> e 5,5 kN/m<sup>2</sup>, respectivamente. Na situação em que a resistência à compressão do concreto é de 45 MPa, a armadura para a situação sem abertura na laje sofre um acréscimo de 11,0%, 8,1% e 5,3% para as sobrecargas de 2,5 kN/m<sup>2</sup>, 3,5 kN/m<sup>2</sup> e 5,5 kN/m<sup>2</sup>, respectivamente.

## 5. Conclusão e Recomendação para Futuras Pesquisas

No projeto aqui apresentado, desenvolveu-se um estudo sobre a punção em lajes lisas de concreto armado. Foram expostos a motivação, os referenciais teóricos utilizados no desenvolvimento dos cálculos e os critérios utilizados pelo autor para a definição dos parâmetros necessários.

Foi possível realizar um estudo analítico que descreveu o comportamento do fenômeno de punção para a situação de pilares internos próximos a aberturas na laje a partir da variação dos seguintes parâmetros: posição da abertura na laje em relação ao pilar, espessura da laje e resistência à compressão do concreto.

A partir de uma extensa pesquisa em projetos estruturais da base de dados de uma empresa especializada, foi possível determinar um tipo de abertura na laje próximo a pilar interno mais característica. Esta abertura possuía dimensões de 15 cm por 48 cm e distava 18 cm de um dos vértices do pilar. Por meio desta verificação prosseguiram-se os estudos.

Desenvolveu-se um modelo computacional através do *software* TQS. Este modelo é composto por três pavimentos tipo de lajes lisas e diversas condições de simetria. Com o uso do pilar P7, um pilar interno próximo a uma abertura na laje, procederam-se os estudos da análise numérica para determinar a influência dos parâmetros supracitados.

Por meio da construção de tabelas e gráficos foi possível determinar com sucesso a influência da posição da abertura em relação ao pilar, da espessura da laje e da resistência do concreto à compressão no cálculo das armaduras de combate à punção, por meio da imposição de múltiplas sobrecargas verticais.

Observou-se que, com o afastamento da abertura em relação ao pilar, há um menor acréscimo de armadura quando comparada as situações com abertura na laje e sem abertura na laje. Este acréscimo de armadura decresce de forma aproximadamente linear com o afastamento da abertura.

Foi possível constatar que, com o aumento da espessura da laje, há um aumento no acréscimo de armadura quando comparada as situações com abertura na laje e sem abertura na laje. Este aumento no acréscimo de armadura entre as duas situações ocorre de maneira exponencial, conforme a laje aumenta de espessura.

A partir da montagem de tabelas e gráficos, foi possível observar que ocorre um aumento linear no acréscimo de armadura entre as situações em que há uma abertura na laje e em que não há, com o aumento da resistência à compressão do concreto utilizado na edificação.



Recomenda-se que, em futuras pesquisas, seja analisada a influência dos parâmetros aqui estudados para os casos de lajes com aberturas próximas a pilares de borda e de canto. Outra sugestão é para que se replique este estudo para pilares com geometrias diferentes da retangular.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, José Milton de. **Curso de Concreto Armado**. 3.ed. Rio Grande: Dunas, 2010. v.2.
- ARAÚJO, José Milton de. **Curso de Concreto Armado**. 3.ed. Rio Grande: Dunas, 2010. v.4.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 238 p. 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120: Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 61 p. 2019.
- AUGUSTIN, T.; FILLO, L.; HALVONIK, J. Punching resistance of slab-column connections with openings. **Structural Concrete**, v. 21, n. 1, p. 278-290, 2019.
- BOCKLENBERG, L.; MARK, P.. Thick slab punching with symmetry reductions. **Structural Concrete**, v. 21, n. 3, p. 875-889, 2020.
- CARVALHO, R.C.; PINHEIRO, L.M. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. São Paulo: Pini, 2009. v.2.
- DAM, T. X.; WIGHT, J. K. Flexurally-triggered punching shear failure of reinforced concrete slab-column connections reinforced with headed shear studs arranged in orthogonal and radial layouts. **Engineering structures**, v. 110, p. 258-268, 2016.
- ELGABRY, A. A.; GHALI, A. Design of stud-shear reinforcement for slabs. **Structural Journal**, v. 87, n. 3, p. 350-361, 1990.
- FARZAM, M.; SADAGHIAN, H. Mechanical model for punching shear capacity of rectangular slab-column connections. **Structural Concrete**, v. 19, n. 6, p. 1983-1991, 2018.
- FERNÁNDEZ, P. G.; MARÍ, A.; OLLER, E. Punching-shear strength of reinforced concrete slabs subjected to unidirectional in-plane tensile forces. **Structural Concrete**, v. 22, n. 2, p. 1223-1238, 2021.
- FERNÁNDEZ RUIZ, M.; MUTTONI, A. Size effect in shear and punching shear failures of concrete members without transverse reinforcement: Differences between statically determinate members and redundant structures. **Structural Concrete**, v. 19, n. 1, p. 65-75, 2018.
- HA, T. et al. Effects of openings on the punching shear strength of RC flat-plate slabs without shear reinforcement. **The structural design of tall and special buildings**, v. 24, n. 15, p. 895-911, 2015.
- IBRACON, Instituto Brasileiro do Concreto. **ABNT NBR 6118: 2014 – Comentários e Exemplos de Aplicação**. São Paulo, 2015.
- KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement. **Transactions of the Royal Institute of Technology**, n. 158, p.112, 1960.

KOPPITZ, R.; KENEL, A.; KELLER, T. Punching shear of RC flat slabs–Review of analytical models for new and strengthening of existing slabs. **Engineering Structures**, v. 52, p. 123-130, 2013.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de Concreto: Casos Especiais de Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. v.2.

LIBERATI, E. A. P. et al. Failure analysis of punching in reinforced concrete flat slabs with openings adjacent to the column. **Engineering Structures**, v. 182, p. 331-343, 2019.

LIMA, Juliana Soares. **Verificações da punção e da estabilidade global em edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 2001.

MAMEDE, N. F. S.; RAMOS, A. P.; FARIA, D. M. V. Experimental and parametric 3D nonlinear finite element analysis on punching of flat slabs with orthogonal reinforcement. **Engineering Structures**, v. 48, p. 442-457, 2013.

MELGES, José Luiz Pinheiro. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental**. 1995. Dissertação (Mestrado) – Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1995.

MELGES, José Luiz Pinheiro. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido**. 2001. Tese (Doutorado) – Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

MENÉTREY, Ph. Synthesis of punching failure in reinforced concrete. **Cement and Concrete Composites**, v. 24, n. 6, p. 497-507, 2002.

MILLIGAN, G. J.; POLAK, M. A.; ZURELL, C. Finite element analysis of punching shear behaviour of concrete slabs supported on rectangular columns. **Engineering Structures**, v. 224, p. 111189, 2020.

MORADI, A. R. Numerical and experimental simulation of dowel action across reinforced concrete (RC) cracks under two-directional loading. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 45, n. 8, p. 634-646, 2018.

PINTO, Roberto Caldas de Andrade. **Punção Assimétrica em Lajes**. 1993. 145 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1993.

RAAFAT, A. et al. Assessment of stirrups in resisting punching shear in reinforced concrete flat slab. **HBRC Journal**, v. 17, n. 1, p. 61-76, 2021.

RABELLO, Fernando Toppan. **Análise comparativa de normas para a punção em lajes de concreto armado**. 2010. 250 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

SILVA, Reginaldo Carneiro da. **Concreto armado: aplicações de modelos de bielas e tirantes**. 1991. 202 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1991.

YOUM, K.; KIM, J. J.; MOON, J. Punching shear failure of slab with lightweight aggregate concrete (LWAC) and low reinforcement ratio. **Construction and Building Materials**, v. 65, p. 92-102, 2014.

## APÊNDICE A – TABELAS DO ESTUDO PRELIMINAR

**Tabela A-1 – Análise paramétrica do estudo preliminar para carga vertical de 350 kN**

Carga Vertical de 350 kN											
			Contorno C'						Contorno C''		
Df	2D	R = Df/2D	$\tau_{Sd}$ ' abertura	$\tau_{Sd}$ ' s/ abertura	Razão $\tau_{Sd}$ ' 350	Asw/Sr abertura	Asw/Sr s/ abertura	Razão Asw 350	$\tau_{Sd}$ '' abertura	$\tau_{Sd}$ '' s/ abertura	Razão $\tau_{Sd}$ '' 350
0,0 cm	29 cm	0	1,014 MPa	0,931 MPa	1,089	0,281 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,216	0,686 MPa	0,633 MPa	1,084
2,9 cm	29 cm	0,10	1,008 MPa	0,931 MPa	1,083	0,278 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,203	0,683 MPa	0,633 MPa	1,079
5,8 cm	29 cm	0,20	1,003 MPa	0,931 MPa	1,077	0,275 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,190	0,680 MPa	0,633 MPa	1,074
8,7 cm	29 cm	0,30	0,998 MPa	0,931 MPa	1,072	0,272 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,177	0,677 MPa	0,633 MPa	1,070
11,6 cm	29 cm	0,40	0,994 MPa	0,931 MPa	1,068	0,270 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,169	0,674 MPa	0,633 MPa	1,065
14,5 cm	29 cm	0,50	0,990 MPa	0,931 MPa	1,063	0,268 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,160	0,672 MPa	0,633 MPa	1,062
17,4 cm	29 cm	0,60	0,987 MPa	0,931 MPa	1,060	0,266 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,152	0,670 MPa	0,633 MPa	1,058
18,0 cm	29 cm	0,62	0,986 MPa	0,931 MPa	1,059	0,265 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,147	0,669 MPa	0,633 MPa	1,057
20,3 cm	29 cm	0,70	0,984 MPa	0,931 MPa	1,057	0,264 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,143	0,668 MPa	0,633 MPa	1,055
23,2 cm	29 cm	0,80	0,981 MPa	0,931 MPa	1,054	0,263 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,139	0,666 MPa	0,633 MPa	1,052
26,1 cm	29 cm	0,90	0,979 MPa	0,931 MPa	1,052	0,261 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,130	0,665 MPa	0,633 MPa	1,051
29,0 cm	29 cm	1,00	0,977 MPa	0,931 MPa	1,049	0,260 cm <sup>2</sup> /cm	0,231 cm <sup>2</sup> /cm	1,126	0,663 MPa	0,633 MPa	1,047

Fonte: Do autor, 2022.

**Tabela A-2 – Análise paramétrica do estudo preliminar para carga vertical de 400 kN**

Carga Vertical de 400 kN											
			Contorno C'						Contorno C''		
Df	2D	R = Df/2D	$\tau_{Sd}$ ' abertura	$\tau_{Sd}$ ' s/ abertura	Razão $\tau_{Sd}$ ' 400	Asw/Sr abertura	Asw/Sr s/ abertura	Razão Asw 400	$\tau_{Sd}$ '' abertura	$\tau_{Sd}$ '' s/ abertura	Razão $\tau_{Sd}$ '' 400
0,0 cm	29 cm	0	1,153 MPa	1,059 MPa	1,089	0,397 cm <sup>2</sup> /cm	0,347 cm <sup>2</sup> /cm	1,144	0,782 MPa	0,721 MPa	1,085
2,9 cm	29 cm	0,10	1,146 MPa	1,059 MPa	1,082	0,394 cm <sup>2</sup> /cm	0,347 cm <sup>2</sup> /cm	1,135	0,778 MPa	0,721 MPa	1,079
5,8 cm	29 cm	0,20	1,140 MPa	1,059 MPa	1,076	0,391 cm <sup>2</sup> /cm	0,347 cm <sup>2</sup> /cm	1,127	0,774 MPa	0,721 MPa	1,074
8,7 cm	29 cm	0,30	1,135 MPa	1,059 MPa	1,072	0,388 cm <sup>2</sup> /cm	0,347 cm <sup>2</sup> /cm	1,118	0,771 MPa	0,721 MPa	1,069
11,6 cm	29 cm	0,40	1,131 MPa	1,059 MPa	1,068	0,386 cm <sup>2</sup> /cm	0,347 cm <sup>2</sup> /cm	1,112	0,768 MPa	0,721 MPa	1,065
14,5 cm	29 cm	0,50	1,126 MPa	1,059 MPa	1,063	0,384 cm <sup>2</sup> /cm	0,347 cm <sup>2</sup> /cm	1,107	0,766 MPa	0,721 MPa	1,062
17,4 cm	29 cm	0,60	1,123 MPa	1,059 MPa	1,060	0,382 cm <sup>2</sup> /cm	0,347 cm <sup>2</sup> /cm	1,101	0,763 MPa	0,721 MPa	1,058
18,0 cm	29 cm	0,62	1,122 MPa	1,059 MPa	1,059	0,381 cm <sup>2</sup> /cm	0,347 cm <sup>2</sup> /cm	1,098	0,763 MPa	0,721 MPa	1,058
20,3 cm	29 cm	0,70	1,119 MPa	1,059 MPa	1,057	0,380 cm <sup>2</sup> /cm	0,347 cm <sup>2</sup> /cm	1,095	0,761 MPa	0,721 MPa	1,055
23,2 cm	29 cm	0,80	1,116 MPa	1,059 MPa	1,054	0,378 cm <sup>2</sup> /cm	0,347 cm <sup>2</sup> /cm	1,089	0,759 MPa	0,721 MPa	1,053
26,1 cm	29 cm	0,90	1,113 MPa	1,059 MPa	1,051	0,377 cm <sup>2</sup> /cm	0,347 cm <sup>2</sup> /cm	1,086	0,757 MPa	0,721 MPa	1,050
29,0 cm	29 cm	1,00	1,111 MPa	1,059 MPa	1,049	0,376 cm <sup>2</sup> /cm	0,347 cm <sup>2</sup> /cm	1,084	0,756 MPa	0,721 MPa	1,049

Fonte: Do autor, 2022.

**Tabela A-3 – Análise paramétrica do estudo preliminar para carga vertical de 500 kN**

Carga Vertical de 500 kN											
			Contorno C'						Contorno C''		
Df	2D	R = Df/2D	$\tau_{Sd}$ ' abertura	$\tau_{Sd}$ ' s/ abertura	Razão $\tau_{Sd}$ ' 500	Asw/Sr abertura	Asw/Sr s/ abertura	Razão Asw 500	$\tau_{Sd}$ '' abertura	$\tau_{Sd}$ '' s/ abertura	Razão $\tau_{Sd}$ '' 500
0,0 cm	29 cm	0	1,432 MPa	1,314 MPa	1,090	0,629 cm <sup>2</sup> /cm	0,579 cm <sup>2</sup> /cm	1,086	0,974 MPa	0,898 MPa	1,085
2,9 cm	29 cm	0,10	1,423 MPa	1,314 MPa	1,083	0,626 cm <sup>2</sup> /cm	0,579 cm <sup>2</sup> /cm	1,081	0,968 MPa	0,898 MPa	1,078
5,8 cm	29 cm	0,20	1,416 MPa	1,314 MPa	1,078	0,623 cm <sup>2</sup> /cm	0,579 cm <sup>2</sup> /cm	1,076	0,964 MPa	0,898 MPa	1,073
8,7 cm	29 cm	0,30	1,410 MPa	1,314 MPa	1,073	0,620 cm <sup>2</sup> /cm	0,579 cm <sup>2</sup> /cm	1,071	0,960 MPa	0,898 MPa	1,069
11,6 cm	29 cm	0,40	1,404 MPa	1,314 MPa	1,068	0,618 cm <sup>2</sup> /cm	0,579 cm <sup>2</sup> /cm	1,067	0,956 MPa	0,898 MPa	1,065
14,5 cm	29 cm	0,50	1,399 MPa	1,314 MPa	1,065	0,616 cm <sup>2</sup> /cm	0,579 cm <sup>2</sup> /cm	1,064	0,953 MPa	0,898 MPa	1,061
17,4 cm	29 cm	0,60	1,394 MPa	1,314 MPa	1,061	0,614 cm <sup>2</sup> /cm	0,579 cm <sup>2</sup> /cm	1,060	0,950 MPa	0,898 MPa	1,058
18,0 cm	29 cm	0,62	1,393 MPa	1,314 MPa	1,060	0,613 cm <sup>2</sup> /cm	0,579 cm <sup>2</sup> /cm	1,059	0,949 MPa	0,898 MPa	1,057
20,3 cm	29 cm	0,70	1,390 MPa	1,314 MPa	1,058	0,612 cm <sup>2</sup> /cm	0,579 cm <sup>2</sup> /cm	1,057	0,947 MPa	0,898 MPa	1,055
23,2 cm	29 cm	0,80	1,386 MPa	1,314 MPa	1,055	0,610 cm <sup>2</sup> /cm	0,579 cm <sup>2</sup> /cm	1,054	0,945 MPa	0,898 MPa	1,052
26,1 cm	29 cm	0,90	1,382 MPa	1,314 MPa	1,052	0,609 cm <sup>2</sup> /cm	0,579 cm <sup>2</sup> /cm	1,052	0,943 MPa	0,898 MPa	1,050
29,0 cm	29 cm	1,00	1,379 MPa	1,314 MPa	1,049	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	0,579 cm <sup>2</sup> /cm	1,050	0,940 MPa	0,898 MPa	1,047

Fonte: Do autor, 2022.

## APÊNDICE B – TABELAS DA ANÁLISE NUMÉRICA

Tabela B-1 – Análise paramétrica da posição da abertura na laje para sobrecarga vertical de 2,5 kN/m<sup>2</sup>

Carga de Peso Próprio + 2,5 kN/m <sup>2</sup>					
Df	2D	R = Df/2D	Asw/Sr abertura	Asw/Sr s/ abertura	Razão Asw 2,5
0,00 cm	23,8 cm	<b>0</b>	0,677 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,113
2,38 cm	23,8 cm	<b>0,10</b>	0,674 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,109
4,76 cm	23,8 cm	<b>0,20</b>	0,670 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,102
7,14 cm	23,8 cm	<b>0,30</b>	0,666 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,095
9,52 cm	23,8 cm	<b>0,40</b>	0,663 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,090
11,90 cm	23,8 cm	<b>0,50</b>	0,659 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,084
14,28 cm	23,8 cm	<b>0,60</b>	0,656 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,079
16,66 cm	23,8 cm	<b>0,70</b>	0,654 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,076
18,00 cm	23,8 cm	<b>0,76</b>	0,652 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,072
19,04 cm	23,8 cm	<b>0,80</b>	0,651 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,071
21,42 cm	23,8 cm	<b>0,90</b>	0,649 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,067
23,80 cm	23,8 cm	<b>1,00</b>	0,646 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,063

Fonte: Do autor, 2022.

Tabela B-2 – Análise paramétrica da posição da abertura na laje para sobrecarga vertical de 3,5 kN/m<sup>2</sup>

Carga de Peso Próprio + 3,5 kN/m <sup>2</sup>					
Df	2D	R = Df/2D	Asw/Sr abertura	Asw/Sr s/ abertura	Razão Asw 3,5
0,00 cm	23,8 cm	<b>0</b>	0,838 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,090
2,38 cm	23,8 cm	<b>0,10</b>	0,835 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,086
4,76 cm	23,8 cm	<b>0,20</b>	0,831 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,081
7,14 cm	23,8 cm	<b>0,30</b>	0,827 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,075
9,52 cm	23,8 cm	<b>0,40</b>	0,823 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,070
11,90 cm	23,8 cm	<b>0,50</b>	0,820 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,066
14,28 cm	23,8 cm	<b>0,60</b>	0,817 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,062
16,66 cm	23,8 cm	<b>0,70</b>	0,814 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,059
18,00 cm	23,8 cm	<b>0,76</b>	0,812 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,056
19,04 cm	23,8 cm	<b>0,80</b>	0,812 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,056
21,42 cm	23,8 cm	<b>0,90</b>	0,809 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,052
23,80 cm	23,8 cm	<b>1,00</b>	0,807 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,049

Fonte: Do autor, 2022.

Tabela B-3 – Análise paramétrica da posição da abertura na laje para sobrecarga vertical de 5,5 kN/m<sup>2</sup>

Carga de Peso Próprio + 5,5 kN/m <sup>2</sup>					
Df	2D	R = Df/2D	Asw/Sr abertura	Asw/Sr s/ abertura	Razão Asw 5,5
0,00 cm	23,8 cm	<b>0</b>	1,157 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,063
2,38 cm	23,8 cm	<b>0,10</b>	1,154 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,061
4,76 cm	23,8 cm	<b>0,20</b>	1,150 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,057
7,14 cm	23,8 cm	<b>0,30</b>	1,146 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,053
9,52 cm	23,8 cm	<b>0,40</b>	1,142 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,050
11,90 cm	23,8 cm	<b>0,50</b>	1,138 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,046
14,28 cm	23,8 cm	<b>0,60</b>	1,136 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,044
16,66 cm	23,8 cm	<b>0,70</b>	1,133 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,041
18,00 cm	23,8 cm	<b>0,76</b>	1,131 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,040
19,04 cm	23,8 cm	<b>0,80</b>	1,130 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,039
21,42 cm	23,8 cm	<b>0,90</b>	1,128 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,037
23,80 cm	23,8 cm	<b>1,00</b>	1,126 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,035

Fonte: Do autor, 2022.

Tabela B-4 – Análise paramétrica da espessura da laje para sobrecarga vertical de 2,5 kN/m<sup>2</sup>

<b>Carga de Peso Próprio + 2,5 kN/m<sup>2</sup></b>			
Espessura	Asw/Sr abertura	Asw/Sr s/ abertura	Razão Asw 2,5
16 cm	0,652 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,072
18 cm	0,506 cm <sup>2</sup> /cm	0,464 cm <sup>2</sup> /cm	1,091
20 cm	0,401 cm <sup>2</sup> /cm	0,361 cm <sup>2</sup> /cm	1,111
22 cm	0,320 cm <sup>2</sup> /cm	0,281 cm <sup>2</sup> /cm	1,139
24 cm	0,257 cm <sup>2</sup> /cm	0,219 cm <sup>2</sup> /cm	1,174

Fonte: Do autor, 2022.

Tabela B-5 – Análise paramétrica da espessura da laje para sobrecarga vertical de 3,5 kN/m<sup>2</sup>

<b>Carga de Peso Próprio + 3,5 kN/m<sup>2</sup></b>			
Espessura	Asw/Sr abertura	Asw/Sr s/ abertura	Razão Asw 3,5
16 cm	0,812 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,056
18 cm	0,634 cm <sup>2</sup> /cm	0,592 cm <sup>2</sup> /cm	1,071
20 cm	0,506 cm <sup>2</sup> /cm	0,466 cm <sup>2</sup> /cm	1,086
22 cm	0,408 cm <sup>2</sup> /cm	0,369 cm <sup>2</sup> /cm	1,106
24 cm	0,332 cm <sup>2</sup> /cm	0,293 cm <sup>2</sup> /cm	1,133

Fonte: Do autor, 2022.

Tabela B-6 – Análise paramétrica da espessura da laje para sobrecarga vertical de 5,5 kN/m<sup>2</sup>

<b>Carga de Peso Próprio + 5,5 kN/m<sup>2</sup></b>			
Espessura	Asw/Sr abertura	Asw/Sr s/ abertura	Razão Asw 5,5
16 cm	1,131 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,040
18 cm	0,890 cm <sup>2</sup> /cm	0,849 cm <sup>2</sup> /cm	1,048
20 cm	0,716 cm <sup>2</sup> /cm	0,676 cm <sup>2</sup> /cm	1,059
22 cm	0,583 cm <sup>2</sup> /cm	0,545 cm <sup>2</sup> /cm	1,070
24 cm	0,481 cm <sup>2</sup> /cm	0,444 cm <sup>2</sup> /cm	1,083

Fonte: Do autor, 2022.

Tabela B-7 – Análise paramétrica da resistência do concreto à compressão para sobrecarga vertical de 2,5 kN/m<sup>2</sup>

<b>Carga de Peso Próprio + 2,5 kN/m<sup>2</sup></b>			
fck	Asw/Sr abertura	Asw/Sr s/ abertura	Razão Asw 2,5
25 MPa	0,652 cm <sup>2</sup> /cm	0,608 cm <sup>2</sup> /cm	1,072
30 MPa	0,621 cm <sup>2</sup> /cm	0,575 cm <sup>2</sup> /cm	1,080
35 MPa	0,594 cm <sup>2</sup> /cm	0,545 cm <sup>2</sup> /cm	1,090
40 MPa	0,569 cm <sup>2</sup> /cm	0,518 cm <sup>2</sup> /cm	1,098
45 MPa	0,546 cm <sup>2</sup> /cm	0,492 cm <sup>2</sup> /cm	1,110

Fonte: Do autor, 2022.

Tabela B-8 – Análise paramétrica da resistência do concreto à compressão para sobrecarga vertical de 3,5 kN/m<sup>2</sup>

<b>Carga de Peso Próprio + 3,5 kN/m<sup>2</sup></b>			
fck	Asw/Sr abertura	Asw/Sr s/ abertura	Razão Asw 3,5
25 MPa	0,812 cm <sup>2</sup> /cm	0,769 cm <sup>2</sup> /cm	1,056
30 MPa	0,782 cm <sup>2</sup> /cm	0,736 cm <sup>2</sup> /cm	1,063
35 MPa	0,754 cm <sup>2</sup> /cm	0,706 cm <sup>2</sup> /cm	1,068
40 MPa	0,729 cm <sup>2</sup> /cm	0,678 cm <sup>2</sup> /cm	1,075
45 MPa	0,706 cm <sup>2</sup> /cm	0,653 cm <sup>2</sup> /cm	1,081

Fonte: Do autor, 2022.

Tabela B-9 – Análise paramétrica da resistência do concreto à compressão para sobrecarga vertical de 5,5 kN/m<sup>2</sup>

<b>Carga de Peso Próprio + 5,5 kN/m<sup>2</sup></b>			
fck	Asw/Sr abertura	Asw/Sr s/ abertura	Razão Asw 5,5
25 MPa	1,131 cm <sup>2</sup> /cm	1,088 cm <sup>2</sup> /cm	1,040
30 MPa	1,100 cm <sup>2</sup> /cm	1,055 cm <sup>2</sup> /cm	1,043
35 MPa	1,073 cm <sup>2</sup> /cm	1,025 cm <sup>2</sup> /cm	1,047
40 MPa	1,048 cm <sup>2</sup> /cm	0,998 cm <sup>2</sup> /cm	1,050
45 MPa	1,025 cm <sup>2</sup> /cm	0,973 cm <sup>2</sup> /cm	1,053

Fonte: Do autor, 2022.



## APÊNDICE C – TABELAS DE SOLICITAÇÕES DA ANÁLISE NUMÉRICA EXTRAÍDAS DO TQS

**Tabela C-1 – Solicitações da análise da posição da abertura e resistência do concreto à compressão**

<b>Sobrecarga</b>	<b>Força Normal</b>	<b>Momento Fletor</b>
2,5 kN/m <sup>2</sup>	347,3 kN	9,4 kNm
3,5 kN/m <sup>2</sup>	396,3 kN	10,7 kNm
5,5 kN/m <sup>2</sup>	493,4 kN	13,3 kNm

Fonte: Do autor, 2022.

**Tabela C-2 – Solicitações da análise da espessura da laje**

<b>Espessura</b>	<b>Sobrecarga</b>	<b>Força Normal</b>	<b>Momento Fletor</b>
16 cm	2,5 kN/m <sup>2</sup>	347,3 kN	9,4 kNm
	3,5 kN/m <sup>2</sup>	396,3 kN	10,7 kNm
	5,5 kN/m <sup>2</sup>	493,4 kN	13,3 kNm
18 cm	2,5 kN/m <sup>2</sup>	373,8 kN	10,1 kNm
	3,5 kN/m <sup>2</sup>	422,8 kN	11,4 kNm
	5,5 kN/m <sup>2</sup>	520,9 kN	14,1 kNm
20 cm	2,5 kN/m <sup>2</sup>	401,2 kN	10,8 kNm
	3,5 kN/m <sup>2</sup>	450,3 kN	12,2 kNm
	5,5 kN/m <sup>2</sup>	549,4 kN	14,8 kNm
22 cm	2,5 kN/m <sup>2</sup>	427,7 kN	11,6 kNm
	3,5 kN/m <sup>2</sup>	477,7 kN	12,9 kNm
	5,5 kN/m <sup>2</sup>	576,8 kN	15,6 kNm
24 cm	2,5 kN/m <sup>2</sup>	455,2 kN	12,3 kNm
	3,5 kN/m <sup>2</sup>	505,2 kN	13,6 kNm
	5,5 kN/m <sup>2</sup>	605,3 kN	16,3 kNm

Fonte: Do autor, 2022.